

APLICAÇÃO DA TEORIA DO CAOS A DIFERENTES GEOMETRIAS DE TALUDES MISTOS

 <https://doi.org/10.56238/sevened2025.018-034>

Karen Souza Ferreira

MSc.

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

karensouzald@gmail.com

ORCID: 0000-0002-8643-578X

Armando Prestes de Menezes Filho

DSc

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

armando.prestes.filho@uerj.br

ORCID: 0000-0001-6196-5648

RESUMO

Movimentos de massa são fenômenos naturais que ocorrem frequentemente em encostas, especialmente em regiões montanhosas e densamente povoadas, exibindo comportamentos destrutivos, com a perda de vidas e destruição de bens materiais. Portanto, o estudo aprofundado da estabilidade de taludes reveste-se de extrema importância na engenharia geotécnica. A natureza intrincada destes fenômenos dificulta sobremaneira a sua previsão e a aplicação de modelos e análises convencionais. A Teoria Matemática do Caos surge como uma ferramenta promissora para compreender o comportamento supostamente imprevisível e, por vezes, ilógico, de certos fenômenos físicos, caracterizados pela interação de muitos agentes, num processo cooperativo, em que o comportamento do todo não se reduz ao de suas partes constituintes. Isto conduz a acentuadas não linearidades e sensibilidade às condições iniciais, o que torna a busca por soluções analíticas (fechadas) matemáticas difíceis, quando não impossíveis. Este trabalho visa aprofundar a aplicação da Teoria do Caos aos movimentos de massa em taludes rochosos de superfícies mistas (côncavas e convexas), objetivando a análise da estabilidade e queda de blocos de geometria irregular, sua evolução dinâmica, sensibilidade às condições iniciais, dentre outros aspectos correlatos, na esteira da pesquisa inaugurada por Ignácio (2019). Os resultados desta pesquisa mostraram que a disposição relativa das regiões côncavas e convexas na constituição do perfil de encostas naturais tem marcada influência na resposta dos blocos rochosos localizados encosta abaixo. Mais pormenorizadamente, regiões convexas próximas da de lançamento dos blocos (topo do talude) dão origem a dinâmicas de evolução adequadamente descritas por estatísticas não-gaussianas (q-exponenciais estendidas). Por outro lado, na situação em que aquelas regiões convexas estão mais próximas do nível de base dos taludes naturais, sua dinâmica passa a ser mais apropriadamente descrita por uma distribuição estatística constituída pela combinação linear das distribuições gaussiana e q-exponencial estendida.

Palavras-chave: Teoria do caos; taludes rochosos; sistemas não-lineares; movimentos de massa.



1 INTRODUÇÃO

Estabilidade de taludes em encostas rochosas é um tema de extrema importância na engenharia geotécnica, uma vez que a ocorrência de movimentos de massa, como quedas e rolamento de blocos, apresenta um enorme potencial destrutivo. Em razão da complexidade e imprevisibilidade destes fenômenos, sua análise se torna bastante difícil, o que vem desafiando as abordagens tradicionais, entretanto, sua compreensão é fundamental na mitigação dos riscos associados e adoção de medidas de segurança.

Os maciços rochosos são constituídos por material rochoso intacto e superfícies de descontinuidades, apresentando, muitas vezes, elevada heterogeneidade. Seu comportamento é função de uma série de fatores – resistência e deformabilidade da matriz rochosa e das descontinuidades, comportamento do material intemperizados etc. – o que dificulta a identificação de regularidades e reiterações em seus movimentos, muitas vezes imprevisíveis e de difícil identificação pelos métodos tradicionais. É neste contexto que a Teoria do Caos emerge como uma ferramenta promissora para investigar e compreender estes fenômenos complexos.

Esta teoria matemática lida com fenômenos físicos, caracterizados pela interação de diversos agentes, num processo mancomunado de cooperação, em que o comportamento do todo não se reduz ao comportamento de suas partes constituintes. Acentuadas não linearidades, extrema sensibilidade às condições iniciais, dentre outros fatores, tornam o fenômeno de difícil análise, em que, a busca por soluções analíticas matemáticas se torna difícil, quando mesmo impossível.

Aplicada a fenômenos geotécnicos, especialmente os relacionados à instabilidade de taludes naturais em solo e rocha, a teoria tem produzido resultados promissores, que se revelam extremamente importantes na compreensão e mitigação destes complexos fenômenos naturais.

Esta pesquisa visa aprofundar a aplicação da teoria do caos aos movimentos de massa em taludes rochosos com perfis geométricos côncavos e convexos, analisando a forma dos taludes e os diferentes tipos de quedas e rolamentos de blocos rochosos irregulares que podem ocorrer, bem como sua evolução dinâmica, sensibilidade às condições iniciais, dentre outros aspectos de interesse, na esteira da linha de pesquisa inaugurada por Ignácio (2019).

Ignácio (2019) observou uma enorme variabilidade de distribuições de probabilidade de trajetória-alcance para diferentes geometrias dos taludes côncavos e convexos, concluindo que os resultados obtidos em perfis convexos fornecem distribuições de probabilidade de trajetória-alcance gaussianas, enquanto nos perfis côncavos, com ou sem suaves trechos convexos, as distribuições de probabilidade não-gaussianas, como as q-exponenciais estendidas, apresentam um melhor ajuste dos pontos que os das distribuições de probabilidade gaussianas.

Assim, este trabalho tem por objetivo contribuir para um conhecimento mais aprofundado destes complexos fenômenos, resultando em estratégias mais eficazes de prevenção e mitigação de riscos geotécnicos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE QUEDA DE BLOCOS ROCHOSOS E TEORIA DO CAOS

Os taludes rochosos são constituídos por rocha intacta e pelas discontinuidades, estas características geológicas são descritas como falhas, juntas, planos de acamamento e fissuras. A resistência global de um maciço depende da resistência da rocha e das características dessas discontinuidades, cuja participação relativa na estabilidade geral ainda é de difícil quantificação (AZEVEDO e MARQUES, 2002).

Do ponto de vista geotécnico, os estudos possibilitam uma compreensão maior dos mecanismos deflagradores de tais movimentos, sejam eles escorregamentos, queda de blocos, dentre outros, muito comuns em taludes em materiais rochosos e/ou terrosos (GUIDICINI e NIEBLE, 2019).

A queda de blocos, em particular, caracteriza-se por movimentos rápidos e muitas vezes imprevisíveis, em que fragmentos rochosos se desprendem de taludes íngremes, movimentando-se em queda livre e, por vezes, rolando ou deslizando. Em geral, estes eventos ocorrem de forma súbita, sem sinais prévios de movimentação, e atingem velocidades elevadas, desenvolvendo altas energias cinéticas durante o deslocamento, o que os torna especialmente perigosos e difíceis de serem antecipados ou controlados (IGNACIO, 2019).

Essa imprevisibilidade remete à necessidade de modelos que contemplem comportamentos dinâmicos não-lineares e sensíveis às condições iniciais, características frequentemente observadas em sistemas caóticos. (MENEZES FILHO, 2003).

No contexto da teoria do caos, os sistemas dinâmicos não-lineares apresentam sensibilidade extrema às condições iniciais. Tal característica implica que pequenas variações no estado inicial do sistema podem gerar trajetórias significativamente diferentes ao longo do tempo. Essa sensibilidade está relacionada à presença de atratores estranhos no espaço de fase, estruturas que definem a evolução do sistema de maneira aparentemente desordenada, mas que ainda seguem padrões matemáticos específicos (MANDELROT, 1977).

Para descrever o grau de desordem interna de tais sistemas, aplica-se o conceito de *entropia*, entendida como um indicador macroscópico da complexidade e do comportamento dinâmico resultante das interações microscópicas. No caso de sistemas extensivos e com interações de curto alcance, a entropia de Boltzmann-Gibbs é amplamente utilizada. Essa entropia é aditiva e atinge seu valor máximo no equilíbrio térmico do sistema. A distribuição de probabilidades que a maximiza é a gaussiana (PEDRON, 1999), dada pela Equação (1).

$$p(x) = a \left[e^{\left[-\left(\frac{x-c}{b}\right)^2 \right]} \right] \quad (1)$$

em que a , b e c são parâmetros de ajuste.

Contudo, muitos sistemas físicos, especialmente os que apresentam interações de longo alcance ou estruturas espaciais e temporais complexas, não se ajustam a essa formulação clássica. Para esses casos, a entropia não é uma propriedade aditiva, e a abordagem convencional deixa de ser válida (MENEZES FILHO, 2003).

Tsallis (1988) então, propôs uma generalização da entropia de Boltzmann-Gibbs, permitindo uma nova possibilidade de se lidar com sistemas anômalos, não aditivos, ditos fracamente caóticos ou complexos (LIMA, 2021). Esta pode ser escrita como mostra a Equação (2), em que a' , b' , c' , q e δ são parâmetros de ajuste.

$$p(x) = a' \left[1 - (1 - q) \left(\frac{x' - c'}{b'} \right)^{\frac{2}{\delta}} \right]^{\frac{1}{1-q}} \quad (2)$$

Esta distribuição tem sido aplicada com sucesso na descrição estatística do fenômeno de queda de blocos rochosos, especialmente os que alcançam o pé dos taludes naturais encosta abaixo (IGNÁCIO, 2019; RIBEIRO, 2020; ARAÚJO, 2021).

3 MÉTODO DE ANÁLISE

As simulações foram realizadas com base no caso C2 da pesquisa de Ignácio (2019). A geometria do talude foi modificada sistematicamente, variando-se a posição das superfícies convexa e côncava ao longo da encosta, a fim de analisar a influência dessas variações no comportamento da queda de blocos.

A encosta rochosa foi inteiramente modelada por gnaisse facoidal, e as configurações dos blocos foram, também, fornecidas por Ignácio (2019), sendo definido o uso dos Blocos Irregulares Grandes (BIG) em todas as análises.

Os resultados da distribuição de blocos em cada ponto da superfície são obtidos pelo software por meio de histograma e os dados podendo ser exportados em planilhas.

A tese de mestrado de Ferreira (2024) resume os estudos desenvolvidos pelos pesquisadores do PGEIV/UERJ, voltados para a análise da queda de blocos rochosos, destacando a eficácia das simulações numéricas e análises probabilísticas baseadas na teoria dos sistemas caóticos e complexos. Os resultados comprovaram a utilidade deste enfoque para compreender e prever este fenômeno.

Os parâmetros do gnaisse facoidal constituinte da encosta e dos blocos foram definidos em Menezes Filho (1993). Mais pormenorizadamente, ensaios de compressão axissimétrica uniaxial de

laboratório foram realizados em diversas amostras de gnaiss facoidal, com níveis de intemperização variando desde sã a altamente alterada. Parâmetros de resistência e deformabilidade foram determinados e utilizados para uma melhor caracterização da rocha em estudo.

Os dados relativos aos coeficientes de restituição normal e tangencial, bem como os relacionados aos atritos dinâmicos e de rolamento, foram os utilizados por Ignácio (2019), conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1- Parâmetros para a modelagem geotécnica das encostas de gnaiss facoidal (Adaptado de Ignácio, 2019)

Material rochoso	Coefficiente de Restituição Normal (CRn)	Coefficiente de Restituição Tangencial (CRT)	Atrito dinâmico	Atrito de rolamento
Gnaiss facoidal	0,35	0,85	0,5	0,15

Com base nas informações fornecidas por Ignácio (2019), optou-se pelo bloco BIG de geometria irregular, com as seguintes características: massa de 7.408,8 kg, peso específico de 27 kN/m³ e tamanho aproximado de 1,40 metro.

A escolha do perfil C2 deveu-se à sua melhor adequabilidade aos propósitos da pesquisa, i.é., sua geometria refinada e superfícies convexa e côncava mais próximas da realidade.

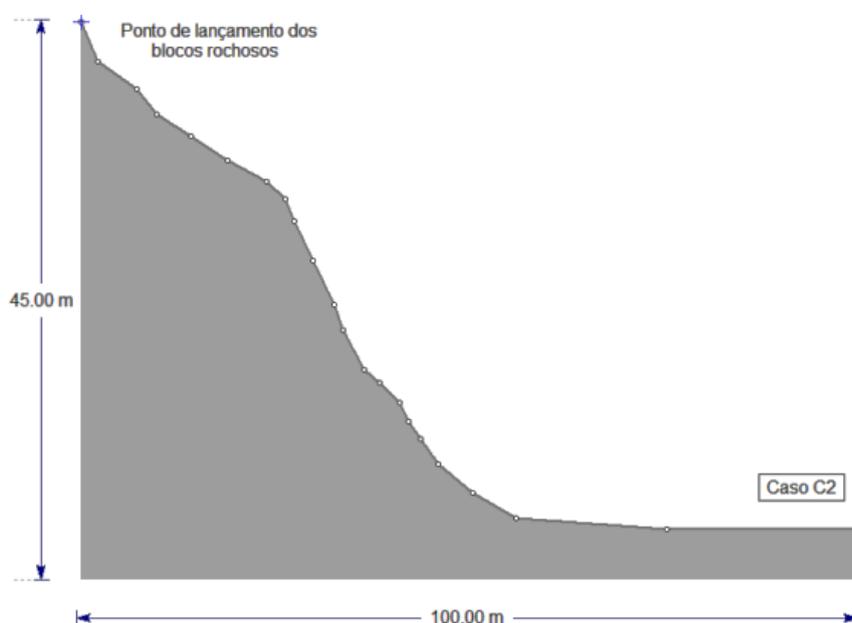


Figura 1 Encosta estudada no caso C2 por Ignácio (2019)

De modo a investigar a influência mútua das geometrias convexa e côncava no perfil da encosta rochosa, decidiu-se monitorar o ponto mais saliente na parte convexa, denominado como Y (Figura 2), localizado a 30,75 metros acima da base do modelo. Doravante, esta superfície será nomeada como Cenário Base.



Figura 2 Cenário base: Encosta definida

O monitoramento deste ponto serviu para alterar a localização da parte convexa ao longo da superfície do talude. Mais exatamente, a variação do ponto Y deu-se ao longo de uma reta com inclinação média da superfície do talude, com ângulo de 48° . Esta reta foi dividida a cada metro, sendo a 19ª repartição correspondente ao ponto Y relacionado à configuração de base. Os demais cenários foram modelados conforme a divisão adotada e apresentados mais adiante.

As configurações adotadas na presente pesquisa foram semelhantes às utilizadas por Ignácio (2019), e estão apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Configuração do projeto

Project Settings		
General Settings	Engine	Rigid Body
	Units	Metric (m, kg, kJ)
	Rock throw mode	Number of rocks controlled by seeder
	Use tangential CRSP damping	Yes
	Maximum steps per rock	20000
Engine Conditions	Normal velocity cutoff (m/s)	0.1
	Stopped velocity cutoff (m/s)	0.1
	Maximum timestep (s)	0.01
	Switch velocity (m/s)	$-1e^{-09}$
Random Number Generation	Sampling method	Monte-Carlo
	Material Properties Sampling	Per segment
	Random seed	Pseudo-random seed: 12345234

Os blocos instáveis foram considerados como corpos rígidos e, na configuração de probabilidade, optou-se por utilizar o método de amostragem de Monte Carlo, devido à sua melhor adaptação para a estimativa dos resultados de funções complexas, lidando de forma probabilística.

Na aba de Condições do Mecanismo, os parâmetros de velocidade foram utilizados conforme sugerido pelo software RockFall2, versão 8.023, disponibilizada em outubro de 2023 pela Rocscience. Embora tenham sido lançados 100.000 blocos, conforme adotado em pesquisas anteriores, muitas simulações resultaram em apenas 20.000 lançamentos efetivos, o que conduziu a estatísticas menos robustas.

O ponto de lançamento dos blocos, chamado de semeadores, foi inserido no local mais elevado do talude.

Para o tratamento dos dados, foi utilizado o software *Grapher* (versão 16.2.354, Golden Software, maio de 2020) na geração de gráficos 2D. Os dados experimentais foram ajustados por meio das distribuições de probabilidade gaussiana e q-exponencial estendida, representadas pelas Equações (1) e (2), respectivamente, cuja qualidade dos ajustes foi avaliada pelo coeficiente de correlação R.

4 RESULTADOS

4.1 DISTRIBUIÇÕES PROBABILÍSTICAS

Duas principais distribuições de probabilidade foram empregadas no tratamento dos dados experimentais relativos à posição e número de blocos localizados no pé dos taludes. A primeira foi a distribuição gaussiana, utilizada para análise dos sistemas fortemente caóticos, com dispersão exponencialmente rápida entre trajetórias inicialmente muito próximas. A segunda foi a q-exponencial estendida, aplicada a sistemas fracamente caóticos ou complexos, com dispersão mais lenta entre trajetórias inicialmente próximas.

A distribuição gaussiana e a q-exponencial estendida serão representadas pelas cores azul e vermelho, respectivamente. Os cenários analisados foram nomeados da seguinte forma: Cenário base (correspondente ao Caso C2 mencionado anteriormente), Cenário 01, Cenário 02, Cenário 03, Cenário 04 e Cenário 05.

4.1.1 Cenário base

Representado na tese de Ignácio (2019) como caso C2, deu origem aos demais cenários estudados nesta pesquisa.

Dados do perfil:

- Ponto de observação: ponto mais saliente no trecho convexo, nomeado anteriormente como Y, está localizado a 30,76 metros da base do modelo
- seção transversal: 45 metros de altura
- comprimento: 100 metros

Resultados apresentados na Figura 3.

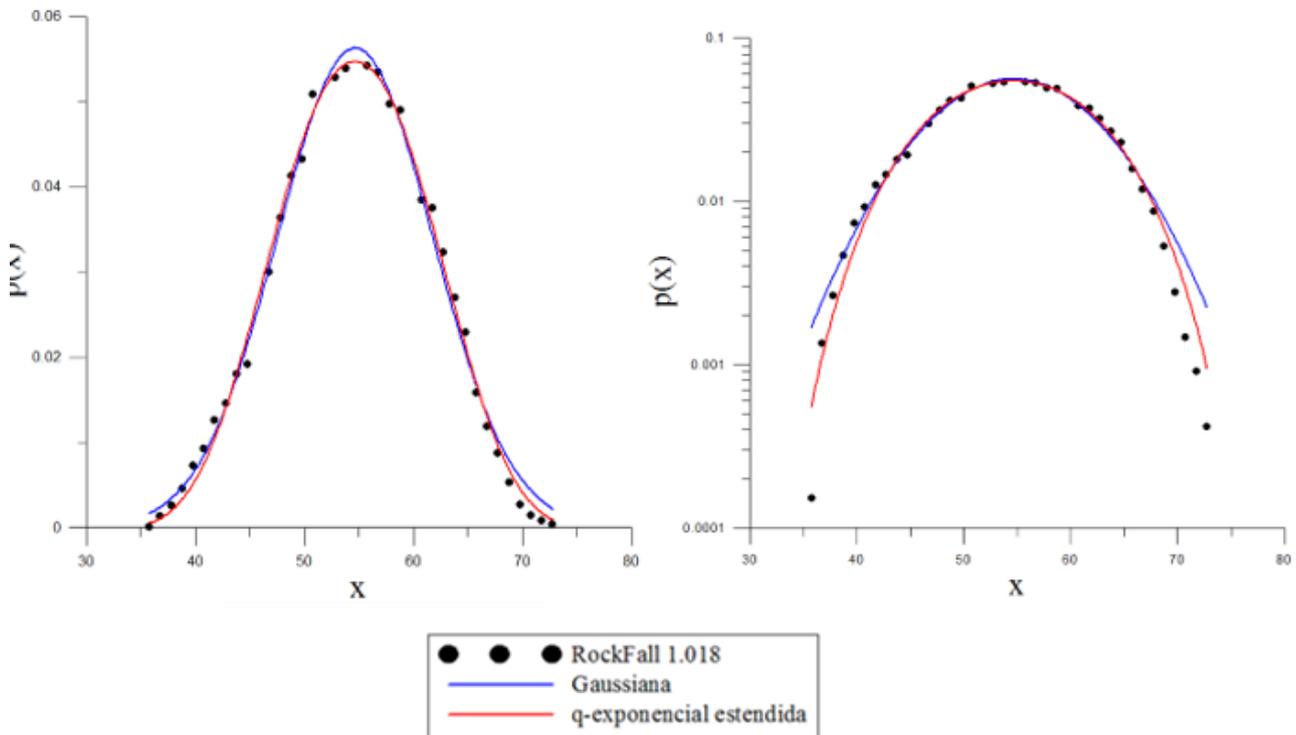


Figura 3 Gráfico $p(x)$ versus x e Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário Base

4.2.2 Cenário 01

Neste caso, a superfície convexa está localizada adjacente ao topo e a superfície côncava predomina no restante do talude.

Dados do perfil:

- Ponto de observação: ponto mais saliente no trecho convexo, nomeado anteriormente como Y, está localizado a 34,46 metros da base do modelo
- seção transversal: 45 metros de altura
- comprimento: 100 metros

Resultados apresentados na Figura 4.

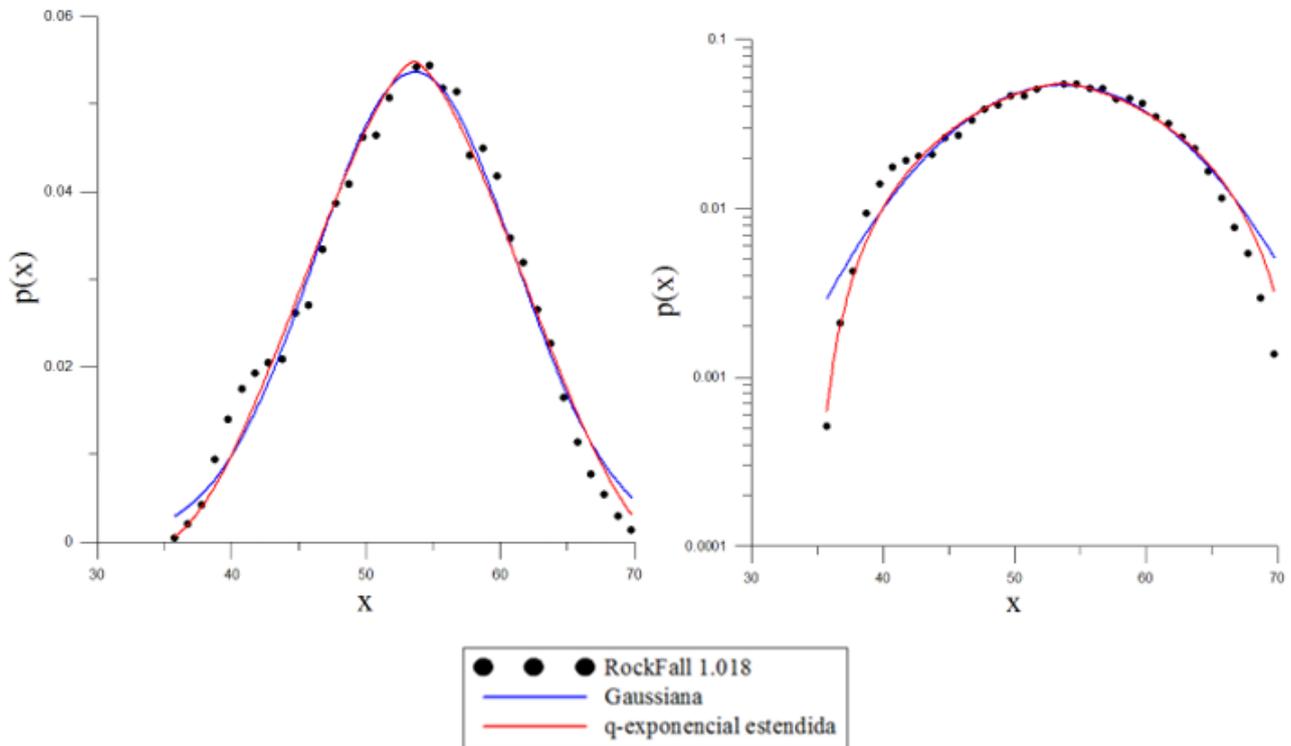


Figura 4 Gráfico $p(x)$ versus x e Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 01

4.1.3 Cenário 02

Neste caso, a superfície convexa fica próxima ao topo do talude, e a superfície côncava predomina no restante da encosta.

Dados do perfil:

- Ponto de observação: ponto mais saliente no trecho convexo, nomeado anteriormente como Y, está localizado a 32,61 metros da base do modelo
- seção transversal: 45 metros de altura
- comprimento: 100 metros

Resultados apresentados na Figura 5.

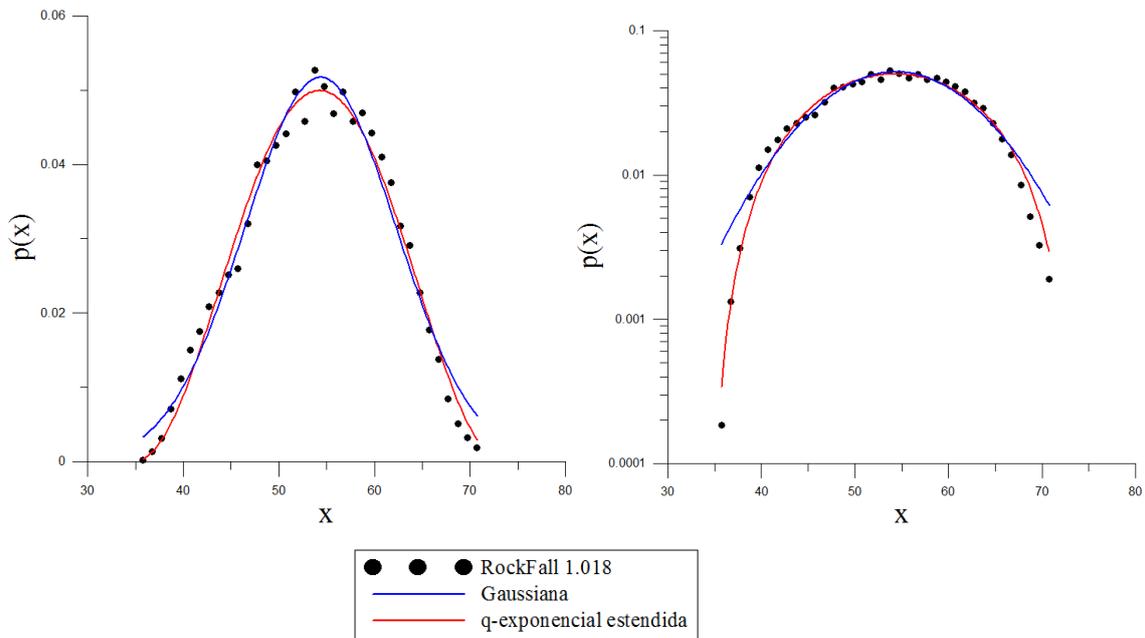


Figura 5 Gráfico $p(x)$ versus x e Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 02

4.1.4 Cenário 03

Neste caso, a superfície convexa fica localizada aproximadamente à meia altura do talude, e a superfície côncava predomina acima do ponto Y e junto ao pé do talude.

Dados do perfil:

- Ponto de observação: ponto mais saliente no trecho convexo, nomeado anteriormente como Y, está localizado a 23,37 metros da base do modelo
- seção transversal: 45 metros de altura
- comprimento: 100 metros

Resultados apresentados na Figura 6.

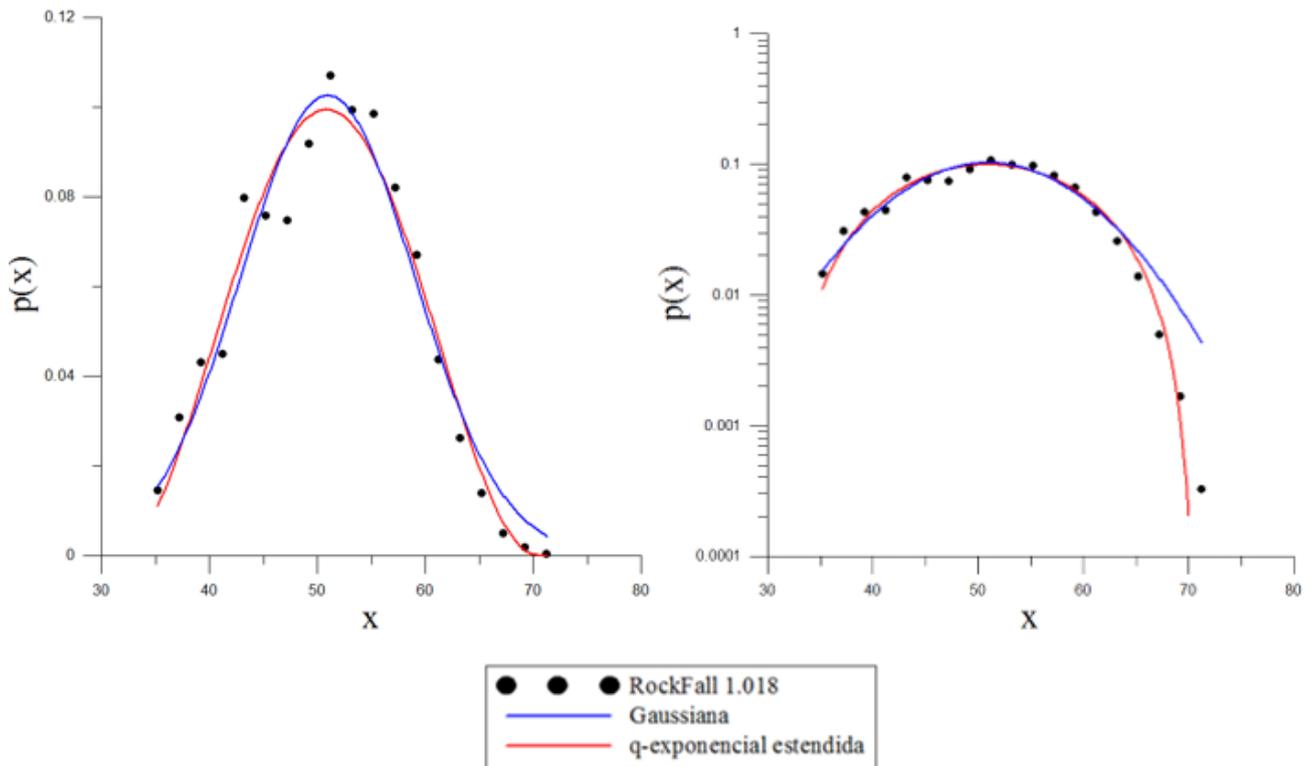


Figura 6 Gráfico $p(x)$ versus x e Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 03

4.1.5 Cenário 04

Neste caso, a superfície convexa está localizada próxima à base do talude e a superfície côncava predomina acima do ponto Y.

Dados do perfil:

- Ponto de observação: ponto mais saliente no trecho convexo, nomeado anteriormente como Y, está localizado a 21,15 metros da base do modelo
- seção transversal: 45 metros de altura
- comprimento: 100 metros

Resultados apresentados na Figura 7.

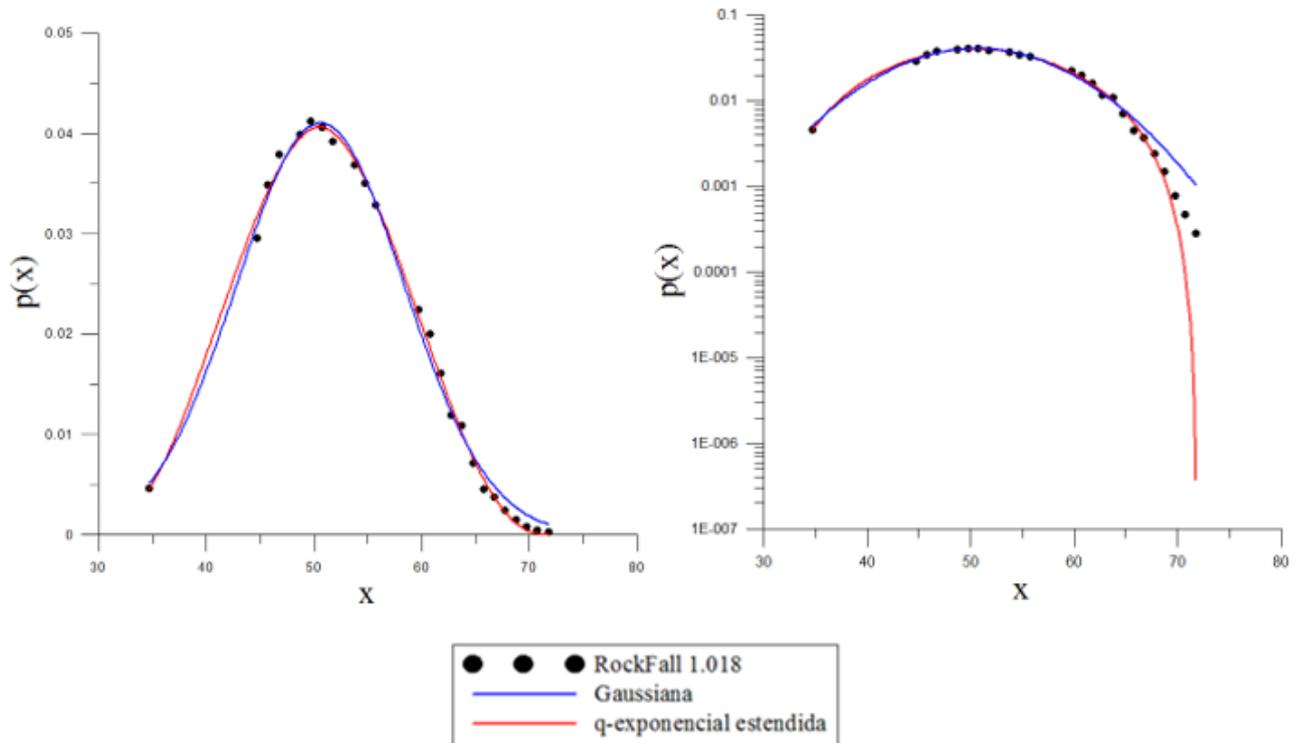


Figura 7 Gráfico $p(x)$ versus x e Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 04

4.1.6 Cenário 05

Neste caso, a superfície convexa fica localizada adjacente à base do talude e a superfície côncava predomina acima do ponto Y.

Dados do perfil:

- Ponto de observação: ponto mais saliente no trecho convexo, nomeado anteriormente como Y, está localizado a 10,80 metros da base do modelo
- seção transversal: 45 metros de altura
- comprimento: 100 metros

Resultados apresentados na Figura 8.

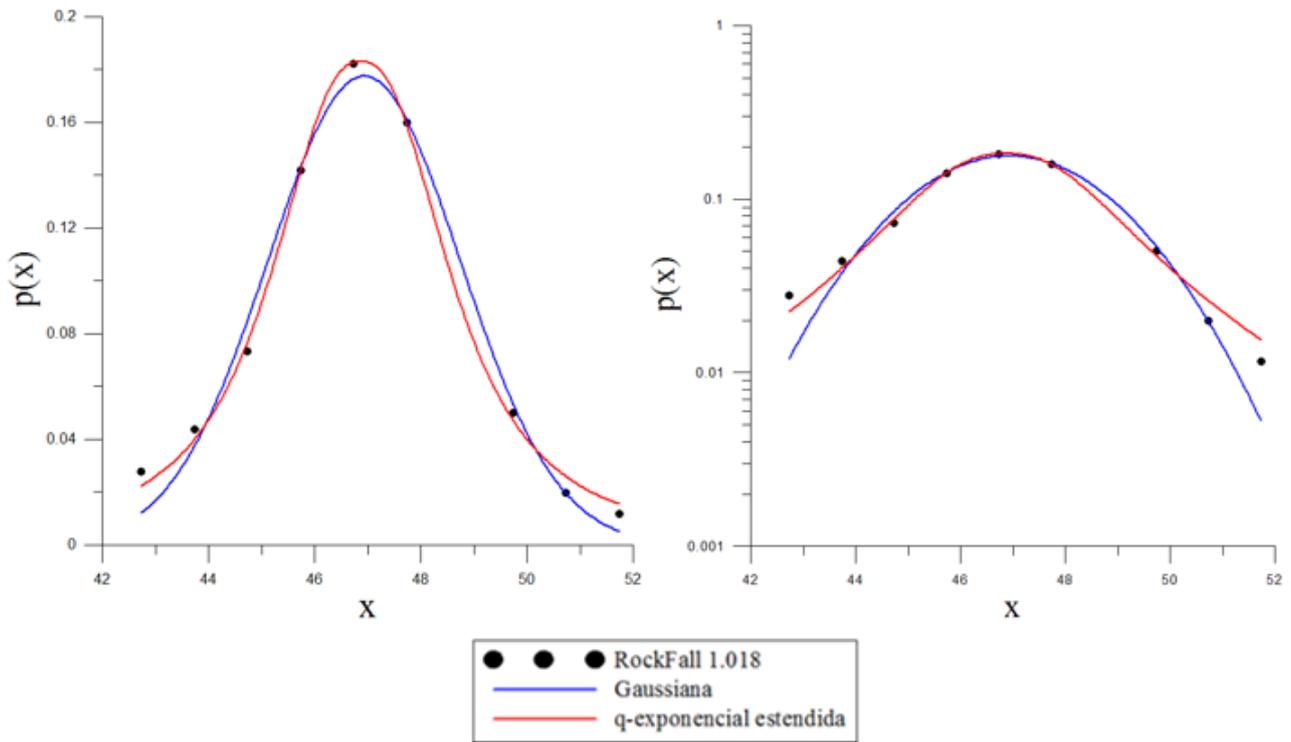


Figura 8 Gráfico $p(x)$ versus x e Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 05

4.1.7 Considerações

Com base nos gráficos apresentados no item anterior, foram obtidos os seguintes parâmetros de ajuste das distribuições Gaussiana e q -exponencial estendida, e os coeficientes de correlação (Tabela 3). Ressalta-se que os parâmetros de ajustes são apresentados em Ferreira (2024).

Tabela 3 Resultados obtidos dos parâmetros utilizados nas distribuições

<u>Cenário</u>	<u>q-exponencial estendida</u>		<u>Gaussiana</u>	
	Parâmetros	Valores encontrados	Parâmetros	Valores encontrados
Base	q	0,8352076	Coeficiente de correlação	0,9961701
	δ	0,9501157		
	Coeficiente de correlação	0,9976617		
01	q	0,4733892	Coeficiente de correlação	0,9898382
	δ	1,3069695		
	Coeficiente de correlação	0,9912835		
02	q	0,5817001	Coeficiente de correlação	0,9876744
	δ	0,9778995		
	Coeficiente de correlação	0,9929233		
03	q	0,5620416	Coeficiente de correlação	0,9777841
	δ	0,9993509		
	Coeficiente de correlação	0,9818190		
04	q	0,59	Coeficiente de correlação	0,997230
	δ	1,11		
	Coeficiente de correlação	0,998707		
	q	1,99		

<u>Cenário</u>	<u>q-exponencial estendida</u>		<u>Gaussiana</u>	
	<u>Parâmetros</u>	<u>Valores encontrados</u>	<u>Parâmetros</u>	<u>Valores encontrados</u>
05	δ	0,81		
	Coefficiente de correlação	0,9984824	Coefficiente de correlação	0,9928663

A observação dos gráficos e os parâmetros resultantes do ajuste das curvas sugerem que:

No cenário base, a distribuição de probabilidade que melhor se adequou aos dados experimentais foi a q-exponencial estendida - especialmente na região da cauda (Gráfico $\log(p(x))$ versus x da Figura 3)- com coeficiente de correlação de 0,9976617, quando comparado ao valor ligeiramente inferior 0,9961701, referente à distribuição gaussiana. Os parâmetros q e δ apresentaram valores de 0,8352076 e 0,9501157, respectivamente, o que assinala a sua proximidade do valor 1, especialmente o parâmetro δ , constituindo uma distribuição próxima da q-gaussiana, cuja estatística é bastante comum nos sistemas fracamente caóticos ou complexos.

No cenário 01, observa-se novamente que a q-exponencial estendida apresentou o melhor ajuste - especialmente na região da cauda (Gráfico $\log(p(x))$ versus x da Figura 4)- com coeficiente de correlação de 0,9912835, ligeiramente superior quando comparado ao valor 0,9898382, referente à distribuição gaussiana. Os parâmetros q e δ apresentaram valores de 0,4733892 e 1,3069695, respectivamente, sugerindo um comportamento fracamente caótico na dinâmica de instabilização dos blocos de rocha.

No cenário 02 segue a mesma tendência: a distribuição q-exponencial estendida mostrou melhor aderência aos dados, sobretudo na região da cauda (Gráfico $\log(p(x))$ versus x da Figura 5) - com coeficiente de correlação de 0,9929233, superior ao da gaussiana (0,9876744). Os valores de $q = 0,5817001$ e $\delta = 0,9778995$ também apontam para um comportamento fracamente caótico, com o parâmetro δ próximo da unidade — uma característica recorrente na estatística de sistemas complexos.

O Cenário 03, embora a q-exponencial estendida continue sendo a distribuição que melhor se ajusta aos dados (coeficiente de 0,9818190, contra 0,9777841 da gaussiana), o ajuste da região da cauda se mostra apenas aproximado (Gráfico $\log(p(x))$ versus x da Figura 6). Os parâmetros $q = 0,5620416$ e $\delta = 0,9993509$ indicam um comportamento fracamente caótico, com δ muito próximo de 1. Esta forte aproximação pode ser a causa do ajuste imperfeito na cauda, questão que será retomada no item 3.6, que trata da distribuição conjunta q-exponencial estendida e gaussiana.

O Cenário 04 apresenta comportamento semelhante ao anterior: a q-exponencial estendida se ajusta melhor aos dados experimentais, especialmente na cauda (Gráfico $\log(p(x))$ versus x da Figura 7), com coeficiente de correlação de 0,998707, superior ao 0,997230 da distribuição gaussiana. Os parâmetros $q = 0,59$ e $\delta = 1,11$ indicam, novamente, um comportamento fracamente caótico. A proximidade do parâmetro δ da unidade reforça a observação de um ajuste apenas aproximado na cauda.

Por fim, no Cenário 05, verifica-se a mesma tendência observada nos cenários 03 e 04: a q-exponencial estendida ajusta-se melhor aos dados experimentais (coeficiente de 0,9984824, frente a 0,9928663 da gaussiana), mas o ajuste na região da cauda permanece apenas aproximado (Gráfico $\log(p(x))$ versus x da Figura 8). Os valores dos parâmetros $q = 1,99$ e $\delta = 0,81$ mantêm a indicação de um comportamento fracamente caótico da dinâmica de instabilização. Assim como nos casos anteriores, essa limitação será aprofundada no item 4.6, dedicado à análise da distribuição conjunta q-exponencial estendida e gaussiana.

4.2 VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS ENTRÓPICOS Q E Δ COM A POSIÇÃO DO PONTO CONVEXO MAIS PROEMINENTE Y

A Figura 9 mostra a variação dos parâmetros q e δ com a altura da base do talude em relação ao ponto mais saliente do trecho convexo.

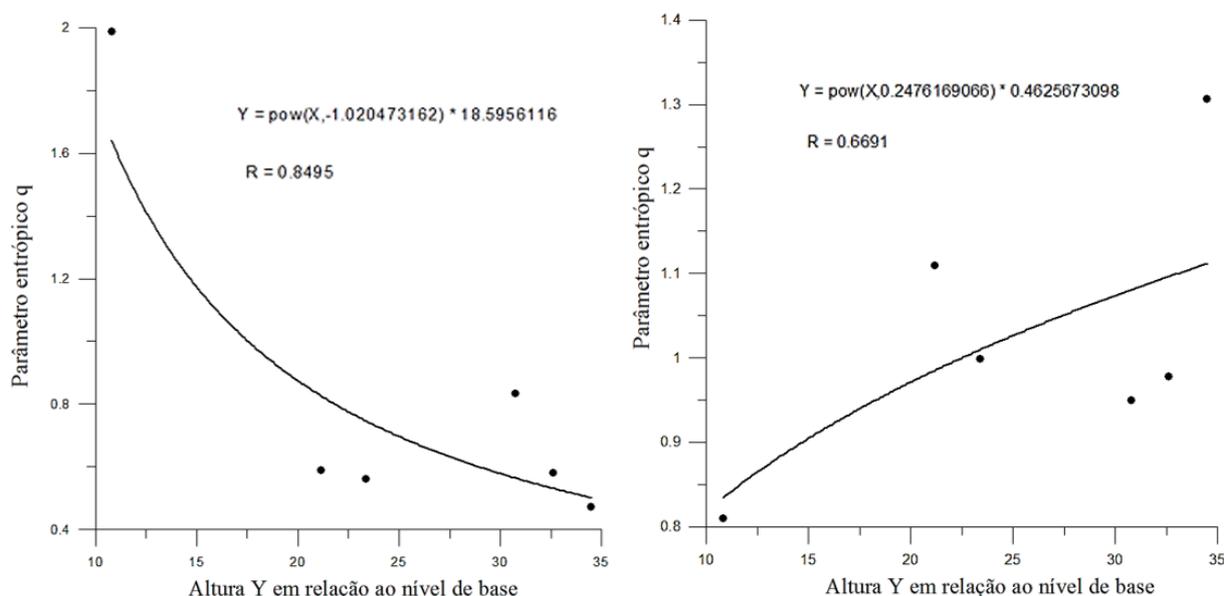


Figura 9 Variação do parâmetro entrópico δ com a altura Y em relação ao nível de base

Observa-se que o parâmetro q apresenta uma tendência de diminuição com o aumento da altura do ponto Y , mais proeminente da parte convexa, ao passo que o parâmetro δ mostra tendência oposta, ou seja, de aumento com o aumento de Y .

Os gráficos sugerem ainda que a estatística gaussiana teria vigência para valores da altura Y distintos, quer se trate de q ou δ . Assim, para o primeiro, Y deveria estar entre 17 a 20 m, enquanto, para o segundo, entre 20 e 25 m, pois nestas regiões q e δ estariam com valores próximos da unidade.

Ademais, os gráficos sugerem marcadamente a vigência de estatísticas não-gaussianas no fenômeno estudado, com todas as implicações decorrentes desta constatação (p/ex., a cessação da validade do Teorema do Limite Central clássico (TSALLIS e UMAROV, 2022; TSALLIS, 2023).

4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO CENÁRIO BASE COM OS DO PERFIL C2 DE IGNÁCIO (2019)

A comparação dos resultados do caso C2 da pesquisa de Ignácio (2019), com os resultados obtidos no Cenário Base desta pesquisa, estão mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 Comparação do Caso C2 e Cenário Base

Entropia	Parâmetros	Valores apresentados por Ignácio (2019)	Cenário base
q-exponencial estendida	a'	0,1041	0,0547043
	b'	10,9006	10,799346
	c'	54,6392	54,624439
	q	0,9803	0,8352076
	δ	0,8826	0,9501157
	Coeficiente de correlação	0,9982	0,9976617
Gaussiana	A	0,1073	0,0563514
	B	10,6303	10,076701
	C	54,6382	54,632173
	Coeficiente de correlação	0,9965	0,9961701

A observação da Tabela 4 sugere que, apesar de pequenas variações, os valores estão muito próximos.

Esta pequena variação pode ser explicada principalmente pelo fato das considerações feitas na modelagem, como a quantidade de etapas por rochas, nomeados no software como *maximum steps per rock*. Ignácio em sua tese utilizou 10.000 steps, enquanto neste foram utilizadas 20.000 steps.

Além disso, a versão do software utilizada nesta pesquisa é mais recente, ou seja, os resultados podem apontar para pequenas diferenças devidas a eventuais correções, novas funcionalidades, recursos e desempenho. No entanto, ambos os conjuntos de valores sugerem comportamentos fracamente caóticos.

4.4 CONDIÇÕES DE VIGÊNCIA DE ESTATÍSTICAS NÃO-GAUSSIANAS NO PROBLEMA DA QUEDA DE BLOCOS

Conforme se assinalou anteriormente, estatísticas em lei de potência são observadas em fenômenos físicos caracterizados por memória espacial e temporal de longo alcance, com a presença de algum tipo de dissipação de energia presente no fenômeno em questão.

Os resultados apresentados anteriormente corroboram plenamente estas afirmações. Mais especificamente, distribuições q-exponenciais estendidas foram observadas nas situações em os blocos mantiveram-se muito tempo em contato com a encosta rochosa, numa troca permanente de informação.

Além disso, a energia total que governa o fenômeno (potencial mais cinética) mostrou-se insuficiente, na região localizada acima do ponto Y, para arremessar os blocos instáveis para longe da encosta rochosa, mantendo-os em contato com o paredão rochoso por todo o movimento.

Isto sugere a possibilidade da ocorrência de choques parcialmente elásticos dos blocos instáveis com a encosta, ditados pelos coeficientes de restituição normal e tangencial inferiores à unidade, tal como mostrado em Araújo (2021). Isto conduz ao amortecimento da energia disponível do sistema, e reduz os efeitos de inércia no movimento dos blocos, mantendo-os como que ligados à encosta a maior parte do tempo.

A Figura 3, 4 e 5, relativas, respectivamente, aos Cenários Base, 1 e 2, sugerem que a distribuição q-exponencial estendida ajusta-se bem aos pontos experimentais, especialmente em sua cauda. Nestes casos, é patente a total inadequabilidade da distribuição gaussiana.

4.5 CONDIÇÕES DE VIGÊNCIA DE ESTATÍSTICAS GAUSSIANAS NO PROBLEMA DA QUEDA DE BLOCOS

Por outro lado, como já assinalado, estatísticas gaussianas são observadas em fenômenos físicos caracterizados por memória espacial e temporal de curto alcance – ou total ausência delas.

Especificamente, no fenômeno da queda de blocos, isto se traduz pelo pouco tempo de contato dos blocos em queda com a encosta rochosa, havendo, por conseguinte, pouca troca de informação entre os blocos e a encosta.

Além disso, a energia total que governa o fenômeno (potencial mais cinética) é suficiente para arremessar os blocos instáveis para longe da encosta rochosa, o ponto Y constituindo-se num trampolim.

Isto indica a atuação de efeitos de inércia de grande magnitude, com choques aproximadamente elásticos e esporádicos entre os blocos e o paredão rochoso (Araújo, 2021).

4.6 CONDIÇÕES DE VIGÊNCIA DE ESTATÍSTICAS RESULTANTES DA COMBINAÇÃO LINEAR ENTRE DISTRIBUIÇÕES GAUSSIANAS E Q-EXPONENCIAIS ESTENDIDAS NO PROBLEMA DA QUEDA DE BLOCOS

Desta feita, o fenômeno de queda é governado pelos efeitos conjuntos descritos nos dois itens anteriores, tanto pela dinâmica a montante (acima) do ponto de lançamento Y (o mencionado “efeito trampolim”), como pela dinâmica de jusante deste mesmo ponto. Mais pormenorizadamente, nas situações em que a dinâmica de montante mantém os blocos em contato com a encosta (condição de vigência de estatísticas não-gaussianas), e a de jusante arremessando-os para longe do paredão rochoso (condição de vigência de estatísticas gaussianas), o resultado encosta abaixo traduz-se como uma combinação destes efeitos conjuntos.

As Figuras 10, 11 e 12, relativas aos Cenários 3, 4 e 5, respectivamente, ilustram bem esta perspectiva, em que a distribuição combinada é mostrada em cor preta, para efeitos de comparação com as distribuições gaussiana e q-exponencial estendida, todas em escala semi-log.

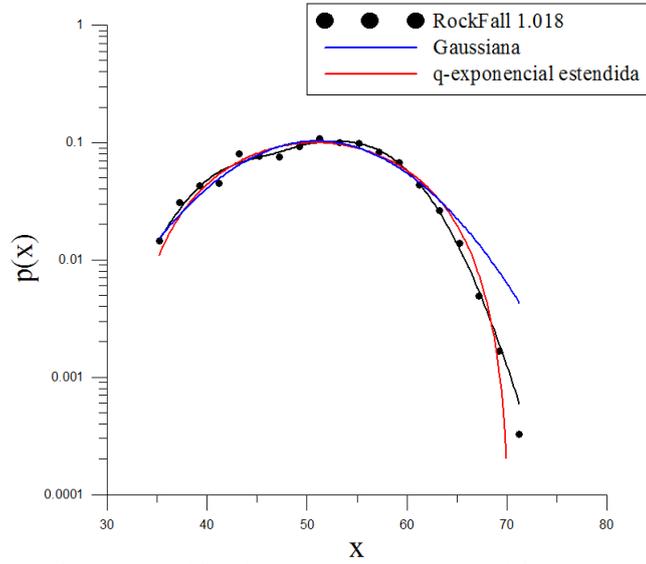


Figura 10 Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 03

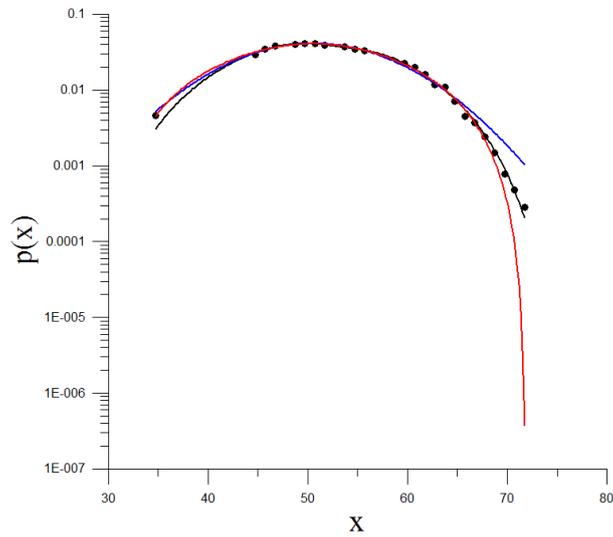


Figura 11 Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 04

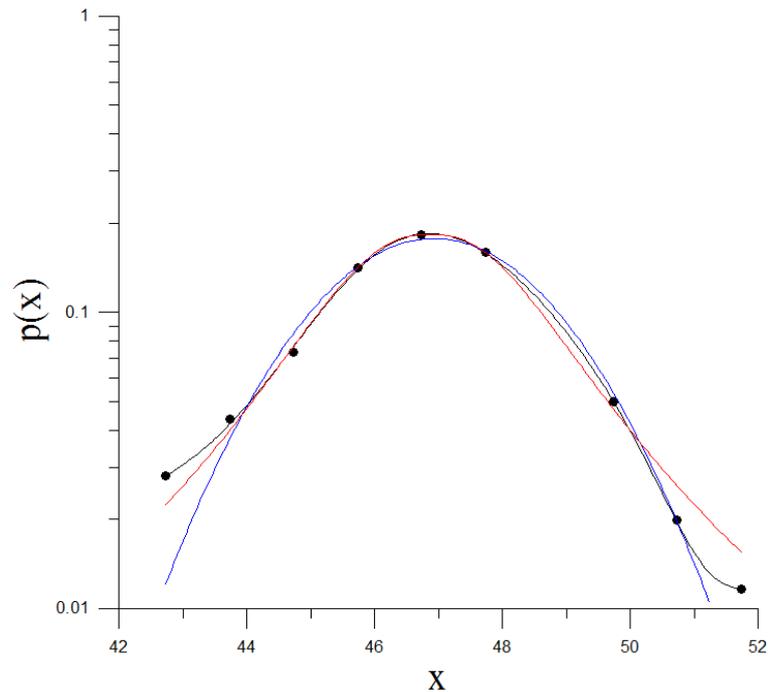


Figura 12 Gráfico $\log(p(x))$ versus x - Cenário 05

As Figuras anteriores sugerem que a distribuição combinada retrata mais fielmente os dados experimentais oriundos dos Cenários 3, 4 e 5, razão pela qual acredita-se que ambas as distribuições gaussiana e q-exponencial estendida estejam atuando conjuntamente no fenômeno de queda de blocos.

Os parâmetros de ajuste para cada caso são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 Valores encontrados resultantes do somatório das distribuições

Parâmetros	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5
a'	4,9872	0,0457	0,4707
b'	7,4325	11,0690	4,5152
c'	49,8414	51,0351	49,8603
q	1,0067	0,7659	2,8460
δ	1,0025	1,1171	0,3414
a	-4,8910	-0,0062	-0,5475
b	-7,3655	4,0094	5,8351
c	49,8191	52,5424	51,4294
Coefficiente de correlação - R	0,9905	0,9991	0,9996

Como se pode constatar, os ajustes são muito mais precisos, especialmente na região das caudas das distribuições, retratados pelos coeficientes de correlação mais elevados.

Ressalte-se que os resultados das análises dos dados experimentais levados a cabo nesta pesquisa sugerem fortemente que a posição relativa das regiões côncavas e convexas, integrantes de uma dada geometria de uma encosta natural, tem importância acentuada na resposta dos blocos encosta abaixo e suas respectivas estatísticas. Ou seja, a ordem em que se apresentam na constituição de uma dada geometria de uma encosta natural tem influência na estatística que governa o fenômeno.

5 CONCLUSÕES

As principais conclusões a que se chega ao final desta pesquisa são as seguintes:

- A análise estatística do fenômeno de queda de blocos constitui-se numa ferramenta importante para a compreensão deste intrincado fenômeno, uma vez que possibilita descrever certas regularidades e reiterações, que uma análise determinística não estaria em condições de realizar, especialmente num fenômeno dependente de tantos parâmetros;
- Além disso, a análise estatística possibilitou esclarecer os regimes de vigência de estatísticas gaussianas e não-gaussianas. Especificamente, estatísticas não-gaussianas ocorrem com frequência em fenômenos de memória espacial e temporal de longo alcance, em que os blocos rochosos instáveis se mantêm em contato com a encosta, efetuando uma troca contínua de informações e tendo a possibilidade de dissipar a energia total responsável pela sua dinâmica;
- Por outro lado, estatísticas gaussianas caracterizam-se por descreverem sistemas físicos governados por memória espacial e temporal de curto alcance, em que os blocos passam muito pouco tempo em contato com a encosta rochosa, reduzindo consideravelmente a possibilidade da troca de informações entre os blocos e o paredão rochoso;
- Esta pesquisa também abordou o desempenho da distribuição estatística resultante da combinação linear das distribuições gaussiana e q-exponencial estendida, mostrando-se mais apropriada para descrever fenômenos raros, situados na cauda das distribuições;
- As dificuldades envolvendo as simulações no Programa RockFall2 também foram assinaladas, particularmente quando se requer um número muito grande de lançamentos de blocos, visando a uma estatística dos dados experimentais mais robusta. Neste sentido, percebe-se que o referido programa foi concebido para análises determinísticas voltadas para o projeto de estruturas de contenção (impacto) ditadas pela boa prática da engenharia;
- As situações analisadas nos diferentes cenários possibilitaram avaliar o bom desempenho das estatísticas não-gaussianas, bem como das gaussianas, estas últimas especialmente na região da ogiva das distribuições. Em especial, os Cenários Base, 1 e 2 permitiram observar o bom desempenho das distribuições q-exponenciais estendidas, o que configura fenômenos de instabilização classificados como fracamente caóticos (ou complexos);
- As situações analisadas nos Cenários 3, 4 e 5 também sugeriram respostas concordantes com estatísticas de sistemas complexos, exceto na região de suas caudas, caracterizadas pelos eventos raros, em que a distribuição combinada se mostrou mais eficiente;
- A variação dos parâmetros entrópicos q e δ sugere que o primeiro tende a ter seus valores reduzidos quando a altura do ponto mais proeminente da região convexa Y tende a aumentar, enquanto o oposto se passa com aquele segundo parâmetro, tendendo a ter seus valores aumentados quando do aumento da altura do ponto Y ;



- Por último, vale ressaltar que os resultados das análises dos dados experimentais levados a cabo nesta pesquisa sugerem fortemente que a posição relativa das regiões côncavas e convexas, integrantes de uma dada geometria de uma encosta natural, tem importância acentuada na resposta dos blocos encosta abaixo e em suas respectivas estatísticas. Portanto, a ordem em que se apresentam na constituição de uma dada geometria de uma encosta natural tem influência na estatística que governa o fenômeno.

5.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Alguns temas voltados para futuras pesquisas podem ser sugeridos, dentre os quais:

- Aumentar significativamente (da ordem de 500.000 a 1.000.000) do número de lançamento nas distribuições estatísticas utilizadas e a observar eventuais discrepâncias nos resultados, quando comparados aos já estabelecidos por esta linha de pesquisa;
- Utilização de outras distribuições estatísticas (beta, p/ex.) na descrição dos dados experimentais;
- Esclarecer mais detalhadamente o papel dos perfis convexos e côncavos na dinâmica dos blocos instáveis;
- Investigar a divergência entre trajetórias de lançamento inicialmente muito próximas e a evolução de sua separação com o tempo;
- Incorporar a influência da fragmentação dos blocos instáveis na resposta estatística do fenômeno;
- Incorporar a análise em três dimensões do fenômeno de queda de blocos e investigar o surgimento de eventuais novos comportamentos não captados pela análise bidimensional.



REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, L. D. (2021). Estudo da cariação do coeficiente de restituição na resposta das encostas às quedas de blocos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), p. 157.
- AZEVEDO, I. C., & MARQUES, E. A. (2002). Introdução à Mecânica das Rochas. Viçosa: UFV.
- FERREIRA, K. S. (2024). Aplicação da Teoria do Caos a diferentes geometrias de taludes mistos. Rio de Janeiro: UERJ.
- GUIDICINI, G., & NIEBLE, C. M. (2019). Estabilidade de Taludes Naturais e de Escavação (2ª ed.). São Paulo: Blucher.
- IGNACIO, F. V. (2019). Aplicação da Teoria do Caos no estudo da queda de blocos rochosos no Morro do Cantagalo, Rio de Janeiro – RJ. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), p. 127.
- LIMA, I. P. (março de 2021). Entropia de Tsallis Aplicada à Inversão Sísmica. PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE PETRÓLEO – PPGCEP, p. 77.
- MANDELBROT, B. B. (1977). The fractal geometry of nature. São Francisco: W. H. Freeman and Company.
- MENEZES FILHO, A. P. (1993). Aspectos Geológico-Geotécnicos de um Perfil de Alteração de Gnaisse Facoidal. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio.
- MENEZES FILHO, A. P. (2003). Não-Extensividade Termodinâmica, Invariância Discreta de Escala e Elasto-Plasticidade: Estudo Numérico de um Modelo Geomecânico Auto-Organizado Criticamente. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - PUC- RIO, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, p. 189.
- PEDRON, I. T. (1999). Integrais, Equações Diferenciais e Entropia de Tsallis. UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ- DEPARTAMENTO DE FÍSICA, p. 78.
- TSALLIS, C. (2023). Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics: Approaching a Complex World. Springer.
- TSALLIS, C., & UMAROV, S. (2022). Mathematical Foundations of Nonextensive Statistical Mechanics. World Scientific.