SEVEN publicações acadêmicas

Relações entre grandezas médias e instantâneas na cinemática

Crossref doi
https://doi.org/10.56238/futuroeducpesqutrans-053

Vanessa Kegler
Mestra em Física pela Universidade Federal de Pelotas
Professora do Departamento de Física de Ji-Paraná da Fundação Universidade Federal de Rondônia – Unir
R. Rio Amazonas, 351 - Ji-Paraná – RO
E-mail: vanessa.kegler@unir.br

Hailton César Alves dos Reis
Mestrando em Educação Matemática.
Professor do Centro Universitário São Lucas de Ji-Paraná.
Departamento de Sistemas de Informação.
Av. Eng. Manfredo Barata Almeida da Fonseca, 542 - Ji-Paraná – RO
E-mail: Hailton.Reis@saolucasjiparana.edu.br

Carlos Mergulhão Júnior
Doutor em Física pela Universidade de São Paulo
Professor do Departamento de Física de Ji-Paraná da Fundação Universidade Federal de Rondônia – Unir
R. Rio Amazonas, 351 - Ji-Paraná – RO
E-mail: camerg@unir.br

Walter Trennepohl Júnior
Doutor em Física pela Université de Paris XI
Professor do Departamento de Física de Ji-Paraná da Fundação Universidade Federal de Rondônia – Unir
R. Rio Amazonas, 351 - Ji-Paraná – RO
E-mail: walterj@unir.br

RESUMO
Observando-se o conteúdo das aulas de física do Ensino Médio e mesmo do Ensino Superior, percebe-se que os professores enfrentam um significativo desconforto para abordar e tornar claro as diferenças entre os conceitos médios e instantâneos da velocidade e aceleração. Além disto, a demonstração rigorosa das equações características do movimento uniformemente variável que existe nos livros didáticos requer o uso de conceitos de cálculo integral. Em vista disto, este trabalho tem como objetivo apresentar relações entre estes conceitos médios e instantâneos que permite melhor diferencia-los e que, além disto, possibilite uma demonstração rigorosa das equações características do movimento uniformemente variável de forma mais simples e sem o uso de conceitos de cálculo integral.

Palavras-chave: Velocidade, Aceleração, Movimento uniformemente variável.

1 INTRODUÇÃO

Embora utilizem terminologias um pouco diferentes, os livros didáticos de Física do Ensino Superior[1,2,3] definem de forma idêntica os conceitos de velocidade e aceleração médios e instantâneos, enquanto que os livros do Ensino Médio[4,5] ou utilizam as mesmas definições que os livros do Ensino Superior[4] ou substituem o uso de limites por uma razão na qual o intervalo de tempo é muito pequeno[5]. Apesar de estas definições serem precisas, a diferença entre os conceitos médios e instantâneos diferem apenas pela presença do termo “$\Delta t \to 0$”, cujo significado físico nem sempre é claramente percebido pelos alunos. Além disto, o fato que os movimentos estudados (uniforme e uniformemente variado) sejam aqueles nos quais alguns dos conceitos médios e instantâneos são iguais torna a diferença entre estes conceitos ainda mais imperceptível. Talvez por causa disto existam trabalhos[6,7,8] com o objetivo de tornar estes conceitos mais claros.

Por outro lado, para deduzir a função horária da posição no movimento uniformemente variado (MUV) a maioria dos autores[1,2,4,5] demonstra antes que o deslocamento de uma partícula pode ser obtido através da área sob a curva da velocidade em função do tempo. Provavelmente por ser esta demonstração um pouco longa, outros autores[4] demonstram a relação entre o deslocamento e a área sob a curva após apresentar a equação da função horária da posição no MUV.

Além disto, o MUV tem uma particularidade muito utilizada que é o fato que a velocidade média de uma partícula entre dois instantes em que a velocidade varia de v_1 até v_2 é dada por:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}. \tag{1}$$

Embora a equação (1) seja muito utilizada no MUV, apenas alguns autores[1,2,4,5] a demonstram e, para isto, o fazem utilizando o resultado de que o deslocamento pode ser obtido através da área sob uma curva. Esta equação é tão importante que com ela e as definições básicas de velocidade e aceleração pode-se obter a função horária da posição no MUV de forma algébrica, sem se recorrer ao cálculo integral[3].

Desta forma, observa-se que a diferença entre os conceitos médios e instantâneos utilizados na cinemática nem sempre podem ser claramente entendidos pelos alunos somente a partir de suas definições e que as deduções das fórmulas do MUV ou não são perfeitamente embasadas ou são embasadas posteriormente. Isto pode ser uma das causas das dificuldades da aprendizagem da cinemática pelos alunos que, por sua vez, dificulta a aprendizagem da Física em geral.

Neste trabalho estabeleceremos inicialmente relações entre as grandezas físicas médias e instantâneas mencionadas anteriormente, capazes de mostrar como eles diferem do ponto de vista físico e/ou matemático. Em seguida mostraremos como estas relações permitem a obtenção das equações características do MUV de forma rápida, lógica e fácil, já que não exigem a noção de cálculo integral.

2 RELAÇÕES ENTRE QUANTIDADES MÉDIAS E INSTANTÂNEAS

Vamos considerar inicialmente uma partícula que se desloca numa certa trajetória e representar por Δs a variação de sua posição no intervalo de tempo Δt. Se dividirmos agora o intervalo de tempo Δt em *N* subintervalos de tempo iguais a Δt_0, de forma que $\Delta t = N\Delta t_0$, temos que durante o i-ésimo subintervalo de tempo a partícula sofrerá uma variação de posição que representaremos por Δs_i. Representando-se então por v_m e v_m^i as velocidades médias da partícula durante o intervalo de tempo Δt e durante o i-ésimo subintervalo de tempo, respectivamente, usando a definição de velocidade média podemos obter que:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta s_i}{N \Delta t_0} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \frac{\Delta s_i}{\Delta t_0} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} v_m^i = \langle v_m^i \rangle,$$

onde usamos o símbolo $\langle z \rangle$ para representar o valor médio da grandeza z. Como se observa, a equação acima expressa o fato que a velocidade média de uma partícula, num certo intervalo de tempo, pode ser obtida fazendo-se a média das velocidades médias desta partícula em um número qualquer de subintervalos de igual duração deste intervalo de tempo.

Sendo a equação anterior válida para qualquer número *N* de subintervalos de tempo, no caso em que este número *N* de subintervalos tende ao infinito ($N \to \infty$) obtemos que tanto os subintervalos de tempo como os deslocamentos da partícula em cada subintervalo tendem a zero, isto é, $\Delta t_0 \to 0$ e $\Delta s_i \to 0$. Como a razão entre estas últimas grandezas correspondem, neste caso, a velocidade instantânea da partícula em cada subintervalo de tempo ou instante, obtemos então que a velocidade média da partícula, num determinado intervalo de tempo, é também igual à média das velocidades da partícula a cada instante deste intervalo de tempo, isto é:

$$v_m = \langle v \rangle \,. \tag{2}$$

Para a mesma situação física descrita anteriormente, vamos representar por Δv a variação da velocidade da partícula no intervalo de tempo Δt, Δv_i a variação da velocidade da partícula no i-ésimo subintervalo de tempo e a_m^ia aceleração média da partícula também no i-ésimo subintervalo de tempo. Assim, pela definição de aceleração média a_m, temos que:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\sum_1^N \Delta v_i}{N \Delta t_0} = \frac{1}{N} \sum_{1}^{N} \frac{\Delta v_i}{\Delta t_0} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} a_m^i = \langle a_m^i \rangle \,.$$

Da mesma forma que no caso da velocidade, observa-se que a relação acima, que expressa o fato que a aceleração média de uma partícula, num certo intervalo de tempo, pode ser obtida fazendo-se a média das acelerações médias desta partícula em um número qualquer de subintervalos de igual duração deste intervalo de tempo, vale para qualquer número *N* de subintervalos. Assim, fazendo-se o número *N* de subintervalos de tempo tender ao infinito ($N \to \infty$), obtém-se que a aceleração média de uma partícula, num certo intervalo de tempo, é igual à média das acelerações desta partícula a cada instante deste intervalo de tempo, isto é:

$$a_m = \langle a \rangle \,. \tag{3}$$

3 APLICAÇÃO AO CASO DO MOVIMENTO UNIFORME (MU)

Por definição, no movimento uniforme a velocidade da partícula é a mesma em cada instante, isto é, $v = cte$. Como o valor médio de uma grandeza constante é seu próprio valor, pela relação (2) obtemos que no MU $v_m = \langle v \rangle = v$, isto é, a velocidade média da partícula também é constante e igual à velocidade v da partícula. Assim, uma vez obtida à relação $v_m = v$, pode-se facilmente, com a definição de velocidade média, se obter a função horária da posição característica deste movimento.

4 CASO DO MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (MUV)

Por definição, no movimento uniformemente variado a aceleração da partícula é a mesma em cada instante, isto é, $a = cte$. Neste caso, pela relação (3), obtemos para o MUV que $a_m = \langle a \rangle = a$, isto é, a aceleração média da partícula também é constante e igual à aceleração a da partícula. Assim, uma vez obtida à relação $a_m = a$, pode-se obter facilmente que a função horária da velocidade deste tipo de movimento é dada por:

$$v = at + \, v_0.$$

Chamando-se agora $v(t_1) = \, v_1$ e $v(t_2) = \, v_2$, temos que a velocidade média da partícula entre os instantes t_1 e t_2 será dada, pela equação (2), por:

$$\begin{aligned} v_m &= \langle at + v_0 \rangle = \langle at \rangle + \langle v_0 \rangle = a\langle t \rangle + v_0 \\ &= a\frac{t_1 + t_2}{2} + v_0 = \frac{(at_1 + v_0) + (at_2 + v_0)}{2} \end{aligned}$$

Ou

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}. \tag{4}$$

onde usamos o fato de que sendo o escoamento do tempo uniforme, o valor médio do tempo entre dois instantes é o valor médio destes instantes. Uma vez demonstrada à relação (4) pode-se obter facilmente a função horária da posição, como faz, por exemplo, Halliday[3].

5 CONCLUSÃO

Demostramos neste trabalho equações que relacionam grandezas médias e instantâneas da cinemática capazes também de evidenciar a diferença que existe entre os conceitos de velocidade média e instantânea e os conceitos de aceleração escalar média e instantânea. Mostramos também que estas relações nos permitem obter as equações características do movimento uniforme e do movimento uniformemente variado de uma forma rigorosa, sem o uso de conceitos do cálculo integral, que é algo particularmente útil no ensino da cinemática no Ensino Médio. De fato, os argumentos utilizados para a dedução da relação entre os valores médios e instantâneos da velocidade e da aceleração são bem gerais e se aplicam a qualquer grandeza que varia no tempo. Desta forma, basta-se fazer a demonstração para o caso da velocidade e estendê-la, por exemplo, para o caso da aceleração.

REFERÊNCIAS

H. Nussenzveig, *Curso de Física Básica 1 – Mecânica* (Edgard Blucher, São Paulo, 2002), 3ª ed.

P. Tipler e G. Mosca, *Física para cientistas e engenheiros, Volume 1* (LTC, Rio de Janeiro, 2009), 6ª ed.

D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física, Volume 1* (LTC, Rio de Janeiro, 2008), 8ª Ed.

F. Ramalho, N. J. Ferraro e P. A. T. Soares, *Os fundamentos da Física* (Moderna, São Paulo, 2009), 10ª Ed.

J. R. Bonjorno, C. M. Ramos, E. P. Prado, V. Bonjorno, M. A. Bonjorno, R. Casemiro e R. F. S. A. Bonjorno, *Física – Mecânica, 1º ano* (FTD, São Paulo, 2016), 3ª ed.

P.V.S. Souza1 e R. Donangelo, Velocidades média e instantânea no Ensino Médio: uma possível abordagem, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 34, n. 3, 3503 (2012)

P. V. S. Souza, *Uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio*, Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2011.

W. S. de Farias, J. C. N. Carvalho e G. F. T. da Silva, O ensino da aceleração média com o uso de aplicativo para smartphone, Brazilian Journal of Development, v.7, n.3, p. 25781-25789, (2021)