

Capacidade de flexão elástica *versus* plástica de vigas Timoshenko-Ehrenfest

Raphael Basílio Pires Nonato

Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), *Campus* Chapecó – SC

RESUMO

A teoria da viga de Timoshenko-Ehrenfest é amplamente aplicada em análise estrutural para simplificar a modelagem matemática quando a viga pode ser considerada como um elemento estrutural longo. Na literatura, a resistência ao escoamento do material é o estado limite na maioria das aplicações deste elemento estrutural. No entanto, em algumas situações, este estado limite de projeto pode ser melhorado até o limite plástico, aumentando a capacidade estrutural para suportar cargas. A partir de então, neste artigo, a capacidade de flexão elástica e plástica da viga Timoshenko-Ehrenfest é apresentada em termos de seus conceitos e formulação. Esta teoria foi aplicada a uma viga retangular de seção transversal simplesmente apoiada submetida a uma carga pontual. Neste exemplo específico, os resultados mostram que quando o estado limite de cálculo é alterado do limite de escoamento para o limite plástico, há um aumento de 50% na capacidade de flexão da viga. Com base na comparação entre os dois estados-limite aqui realizados, a capacidade de flexão de um sistema estrutural pode ser melhorada em termos de um estado limite superior, permitindo ao projetista aumentar o potencial de uma estrutura semelhante a uma viga.

Palavras-chave: Flexão elástica, Flexão plástica, Capacidade de flexão, Viga Timoshenko-Ehrenfest.

1 INTRODUÇÃO

Pesquisas massivas têm sido conduzidas no campo da teoria da plasticidade (incluindo análise de limites) desde a segunda metade do século passado. Hill (1950) apresenta a história da Teoria da Plasticidade contextualizada em um plano físico-matemático. Ele destaca o material elástico-perfeitamente plástico, os critérios de escoamento, endurecimento por deformação a frio, relações constitutivas tensão-deformação, teoremas gerais e anisotropia plástica. Além disso, apresenta soluções para sólidos elastoplásticos (barras, conchas, tubos) submetidos a tensões combinadas.

Em seu trabalho, Drucker (1956) mostra a teoria da plasticidade perfeita, as teorias incrementais lineares e não-lineares para materiais endurecidos pelo trabalho a frio. Os teoremas da energia potencial mínima e da energia potencial complementar mínima são derivados para as relações tensão-deformação, além do estabelecimento de princípios mínimos absolutos.

(1959) apresenta uma nova forma paramétrica de equações de equilíbrio para estruturas que exhibe sua relação com as condições de compatibilidade, a representação dos princípios estático e cinemático como problemas de programação linear dual, a existência de mecanismos de colapso e a representação de relações de compatibilidade como condições do ciclo de Kirchoff para um grafo associado.



Picón e Cañas (1987) introduzem um procedimento para Análise de Limites de quadros bidimensionais utilizando técnicas e conceitos de programação linear, que modela um pequeno número de variáveis e restrições. Eles apresentam dois exemplos de quadros bidimensionais. Ao primeiro, aplica-se apenas uma carga proporcional e monotônica; para o segundo exemplo, seis cargas são aplicadas externamente ao quadro considerado.

O trabalho produzido por Soares (2006) apresenta uma técnica de elementos finitos para aplicações em quadros planares utilizando a formulação cinemática por programação linear. Além disso, um sistema CAD (Computer Aided Design) é desenvolvido e empregado como pré-processador e pós-processador para a técnica de análise de limite formulada, cuja implementação é realizada através de um aplicativo C++.

Em seu trabalho, Pasquali (2008) emprega uma alternativa para eventuais dificuldades numéricas quando nas proximidades da carga de colapso, que consiste em simular assintoticamente o comportamento elastoplástico utilizando uma relação elástica não linear. Vários exemplos de estruturas que utilizam critérios de resistência, como von Mises-Hencky e Drucker-Prager, são modelados. Os resultados obtidos são comparados com a literatura existente. Além disso, a relação elástica não-linear é empregada na determinação do domínio da resistência em médias com diferentes níveis de porosidade. Na contribuição de Kaveh e Jahanshahi (2008), Sistemas de Colônias de Formigas (SCA) são aplicados com o objetivo de encontrar o fator de colapso de quadros bidimensionais. Três variâncias desses sistemas são desenvolvidas, e seus desempenhos relativos são comparados em dois exemplos numéricos.

Wong (2009) destaca, especificamente no ramo de Análise de Limites Estruturais, o Método da Rigidez. Ele também mostra o comportamento plástico estrutural das estruturas, fazendo comparações com o elástico. A régua de fluxo plástico, análise elastoplástica, análise elastoplástica incremental, análise limite via programação linear, os fatores que afetam o colapso plástico e algumas considerações de projeto sobre plasticidade são mostradas. Esquadrias, vigas e outras estruturas são resolvidas usando análise elastoplástica e análise de limites.

Em seu livro, Hosford (2013), além de outros assuntos, introduz a história da teoria da plasticidade e dos deslocamentos, critérios de produção isotrópica, plasticidade anisotrópica, efeitos da dependência do endurecimento da deformação e da taxa de deformação, além de relatórios de testes de plasticidade.

Nonato (2021) aplica a teoria da plasticidade e a análise de limites no contexto de parâmetros incertos para calcular a carga de colapso de estruturas e, conseqüentemente, realizar análises de confiabilidade.

A teoria da plasticidade está preocupada com os fenômenos de produção de materiais. Em vez de elásticas, as deformações plásticas são permanentes, o que significa que, se a carga que causou as deformações for cessada, parte da deformação permanece. A teoria da plasticidade é estudada porque algumas situações de projeto podem permitir que os materiais de engenharia envolvidos atinjam níveis mais



elevados de deformação (maiores que o limite elástico correspondente), sem perder sua funcionalidade de projeto, o que aumenta a capacidade de carga do sistema.

Historicamente, a teoria da plasticidade tem sido abordada de acordo com seus conceitos de fundo. Em outras palavras, as teorias que explicam os mecanismos de plasticidade conduzem o ramo da teoria da plasticidade considerada. Por exemplo, Hosford (2013) aborda três abordagens para a teoria da plasticidade:

- **Teoria do continuum:** é a mais aplicada. Depende de critérios de escoamento e permite a predição dos estados de tensão que causam o escoamento e as deformações resultantes. Portanto, o nível de trabalho a frio sob diferentes condições de carregamento pode ser comparado.
- **Mecanismos cristalográficos de deslizamento:** através da compreensão desses mecanismos, o comportamento contínuo é explicado. Esta abordagem tem sido quase bem sucedida na predição do comportamento anisotrópico.
- **Ocorrência de deslizamento:** preocupa-se com o mecanismo de deslizamento. A teoria do deslocamento mostra como os materiais cristalinos são deformados pelo processo de deslizamento. No entanto, sua fraca conexão com a teoria do continuum dificulta sua aplicação em muitos casos práticos.

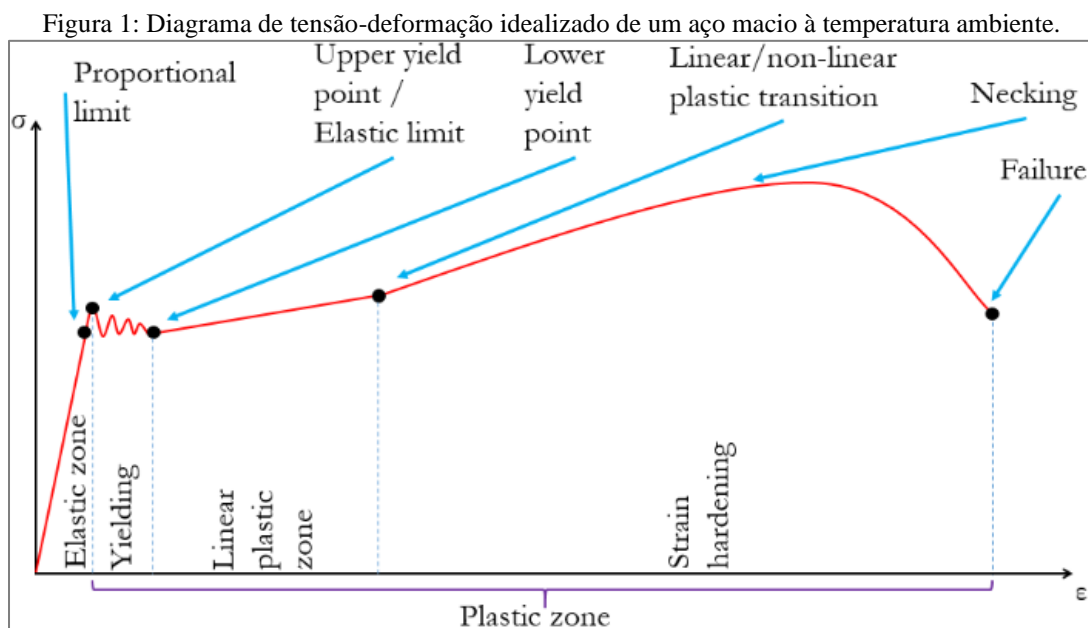
Lubliner (1990) menciona que o adjetivo "plástico" descreve materiais dúcteis, que têm as propriedades de serem facilmente conformados por meio de cargas adequadamente aplicadas e de manterem em sua nova geometria após a cessão da carga. O autor observa que deformações consideráveis (provenientes da conformação plástica) são comumente acompanhadas por pequenas alterações volumétricas. Assim, a deformação plástica é fundamentalmente uma distorção e, conseqüentemente, as tensões desviatórias são as maiores responsáveis por este trabalho.

Ele também afirma que um ensaio direto de plasticidade pode ser realizado produzindo um estado de deformação de cisalhamento simples em um corpo de prova por meio da aplicação de carga, resultando no estado mencionado. Portanto, quando se trata de materiais metálicos, o ensaio que reproduz tal condição é aquele em que uma das seções transversais finais de um tubo de paredes finas é girada em torno de seu eixo longitudinal em relação à outra extremidade (cisalhamento puro). No entanto, deve-se notar que este não é um teste simples de ser realizado. Por isso, geralmente é preferível um ensaio de tração, no qual a simplicidade de execução e o maquinário tornam mais atraente a verificação de propriedades dos materiais.

Segundo Maugin (1992), plástico é o comportamento de um sólido no qual ocorrem deformações permanentes sem danos. No contexto de um ensaio de tração, o início da deformação plástica ocorre no momento em que o material do corpo de prova sofre seu limite elástico. A partir daí, o corpo de prova é submetido a incrementos de carga até sua ruptura, que é o ponto onde cessa a deformação plástica. A

recuperação da parte elástica da deformação pode ser obtida a qualquer instante ao longo do processo, desde que o corpo seja descarregado.

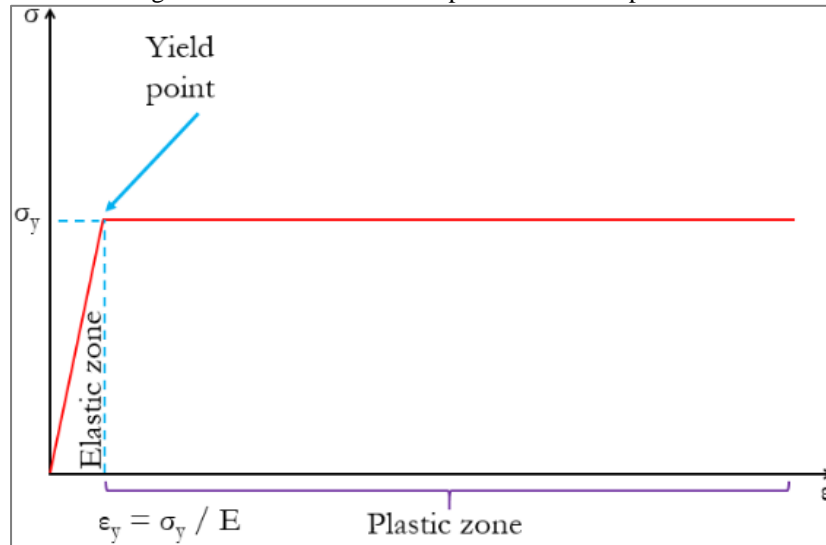
Em conformidade com o que afirma Lubliner (1990), colapso plástico incipiente ou iminente é um estado em que uma taxa de deformação não nula ocorre sob carregamento constante, desde que os seguintes itens sejam satisfeitos: a) todas as deformações anteriores devem ser da mesma magnitude da deformação elástica, de modo que mudanças geométricas possam ser negligenciadas; e b) a aceleração pode ser negligenciada e, conseqüentemente, o problema pode ser tratado como quase-estático. Um ensaio uniaxial de tração em um material dúctil (aço carbono, por exemplo) comumente apresenta o seguinte diagrama tensão-deformação (fig. 1):



Fonte: Autoria própria, 2024.

Como pode ser observado, o material pode suportar deformações muito superiores à deformação de rendimento antes que ocorra a falha, o que é uma medida de sua ductilidade. Embora existam modelos mais realistas para refletir com precisão o comportamento real do material, a fim de simplificar o cálculo envolvido, a curva de tensão-deformação idealizada é comumente adotada. Em muitas aplicações, não é necessário o uso de um modelo sofisticado, de modo que uma lei constitutiva simplificada sem endurecimento de trabalho seja suficiente para os objetivos aqui contidos. Isso corresponde ao modelo de material elástico-perfeitamente plástico, que pode ser visto na figura 2.

Figura 2: Modelo de material plástico elástico-perfeito.



Fonte: Autoria própria, 2024.

A porção de carga composta pelas retas inclinadas mais as retas horizontais pode ser descrita pelas seguintes equações (Eq. (1) e Eq. (2)):

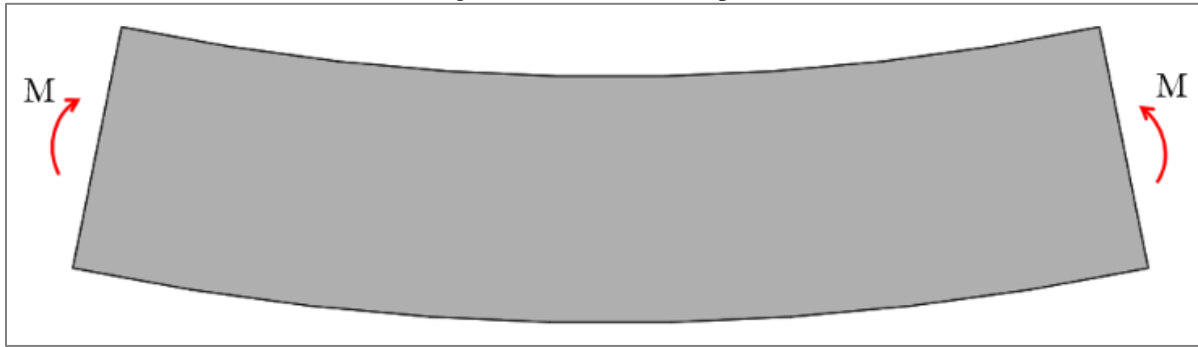
$$\sigma = E \varepsilon \quad , \quad |\varepsilon| < \frac{\sigma_y}{E} \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_y \operatorname{sgn}(\varepsilon) \quad , \quad |\varepsilon| \geq \frac{\sigma_y}{E} \quad (2)$$

onde $\operatorname{sgn}(\varepsilon)$ assume o valor $+1$ se $\varepsilon > 0$ e -1 se $\varepsilon < 0$ (carregamento compressivo).

Portanto, o colapso plástico apresenta o comportamento típico mostrado na última figura, que mostra aumento indefinido da deflexão sob carga constante. Uma vez que o rendimento é atingido, uma quantidade indefinida de tensão pode ocorrer. O referido modelo de material é válido apenas para materiais suficientemente dúcteis. Isto aplica-se às secções transversais de elementos estruturais sujeitos a flexão. Por exemplo, uma viga (com dois eixos simétricos em seu plano de seção transversal) sob momento fletor aplicado em suas extremidades é mostrada na Figura 3.M

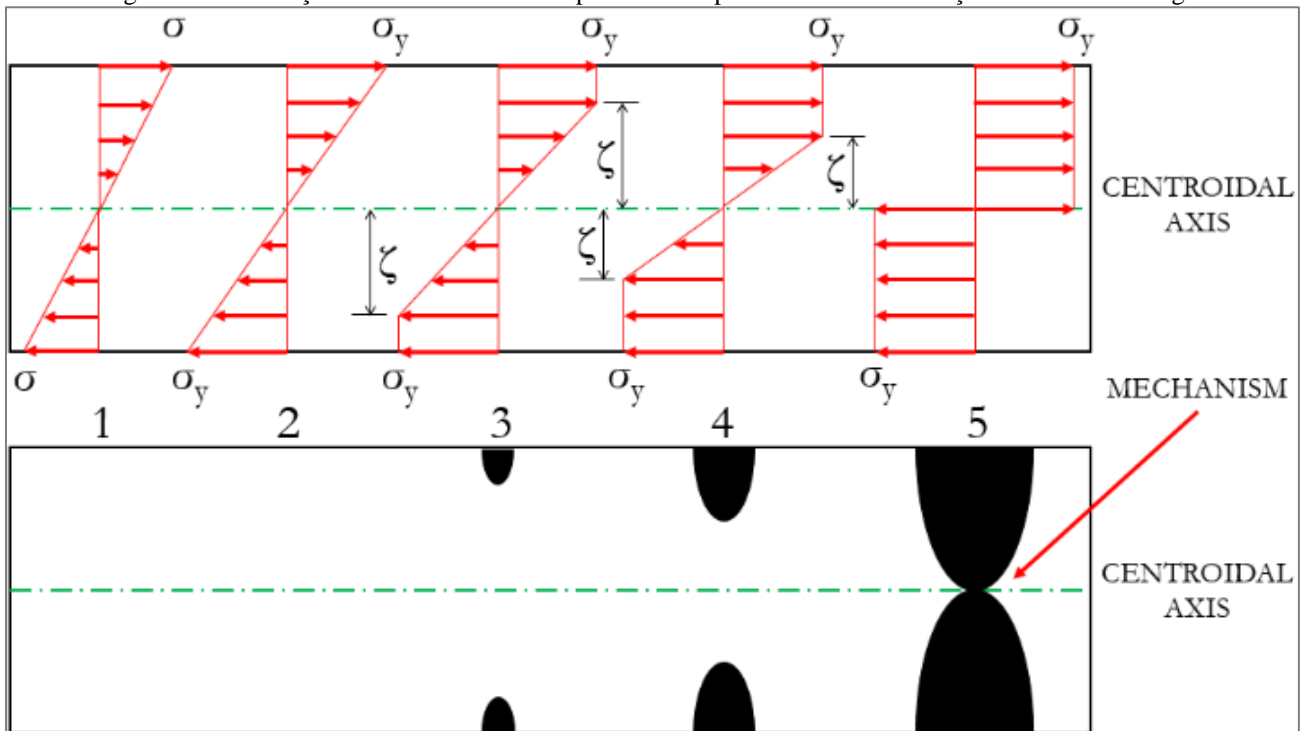
Figura 3: Feixe sob flexão pura.



Fonte: Autoria própria, 2024.

Para um material elástico-perfeitamente plástico, a distribuição de tensões sobre uma seção transversal suficientemente distante do ponto de aplicação da carga (observando o princípio de Saint-Venant) assume gradualmente as distribuições de tensões mostradas na parte superior da Figura 4. Embora essas distribuições pareçam representar o efeito em diferentes cortes transversais em todo o eixo longitudinal, isso ilustra a mesma seção transversal em etapas subsequentes de aumento de carga (da esquerda para a direita).

Figura 4: Distribuições de flexão e seus comportamentos plásticos sobre uma seção transversal de viga.



Fonte: Autoria própria, 2024.

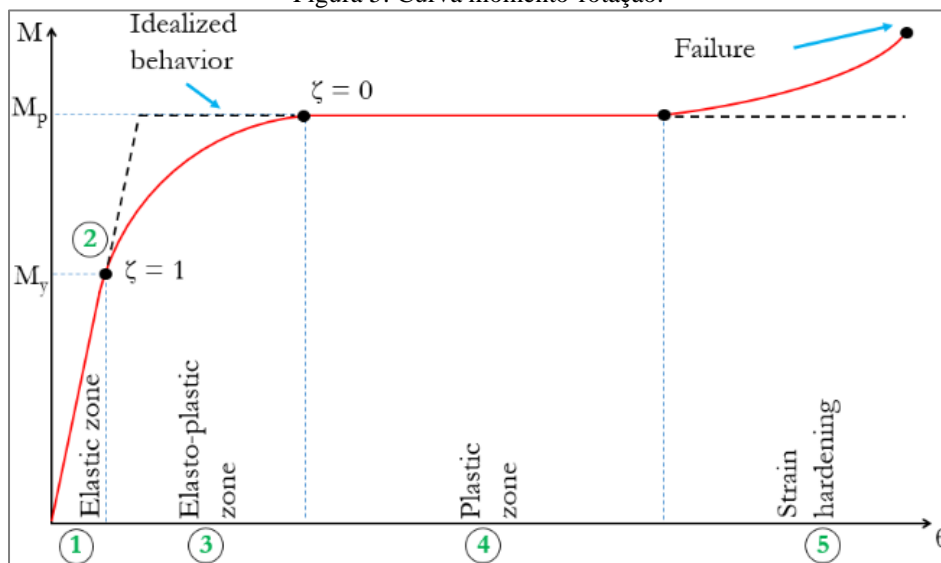
σ é o estresse atuante, tal que $\sigma < \sigma_y$; σ_y é a tensão necessária para plastificar o material da viga; ξ é a altura (a partir do eixo centroidal) da superfície não plastificado.

Na situação 1, a tensão de atuação ainda é menor que o limite elástico do material ($\sigma < \sigma_y$) e, portanto, a seção transversal analisada possui apenas deformações elásticas. À medida que o carregamento aumenta, a tensão também é aumentada, de modo que, em determinado momento, atinge a resistência ao escoamento do material, provocando deformações plásticas (situação 2), já que se trata de um material elástico-perfeitamente plástico. Inicialmente, esse fenômeno ocorre na maioria das fibras externas por estarem sob maiores tensões de flexão (mais distantes do eixo neutro). Como essa tensão nunca é ultrapassada devido à suposição desse tipo de material, as fibras adjacentes atingem gradativamente a tensão correspondente à resistência ao escoamento, espalhando a região plástica (situações 3 e 4) e, conseqüentemente, diminuindo a região elástica. Se o carregamento continuar aumentando monotonicamente, toda a seção transversal é plastificada (situação 5). Neste momento, diz-se que o feixe experimenta o colapso do plástico. A seção transversal plastificada atua como uma dobradiça plástica (mecanismo), proporcionando liberdade para torcer em torno do eixo de simetria que é ortogonal ao plano de aplicação de carregamento. $\sigma < \sigma_y$

Esquemáticamente, as cinco situações de estresse são mostradas na porção inferior da Figura 4. Nas situações 1 e 2, como não há tensão plástica, a representação simplesmente não é feita. Na situação 3, há deformação plástica da maioria das fibras externas. Portanto, a deformação plástica começa a progredir das fibras mais externas para as internas. Esse tipo de deformação atinge um pouco mais a seção transversal na situação 4, diminuindo a região elástica; Em 5, toda a seção transversal é plastificada, criando assim um mecanismo que, neste caso, é chamado de dobradiça plástica.

A curva momento-rotação que representa esses cinco estágios está ilustrada na figura 5. No entanto, para a idealização do material elástico-perfeitamente plástico, o gráfico é representado pela forma bilinear mostrada na figura seguinte como uma linha tracejada.

Figura 5: Curva momento-rotação.



Fonte: Autoria própria, 2024.

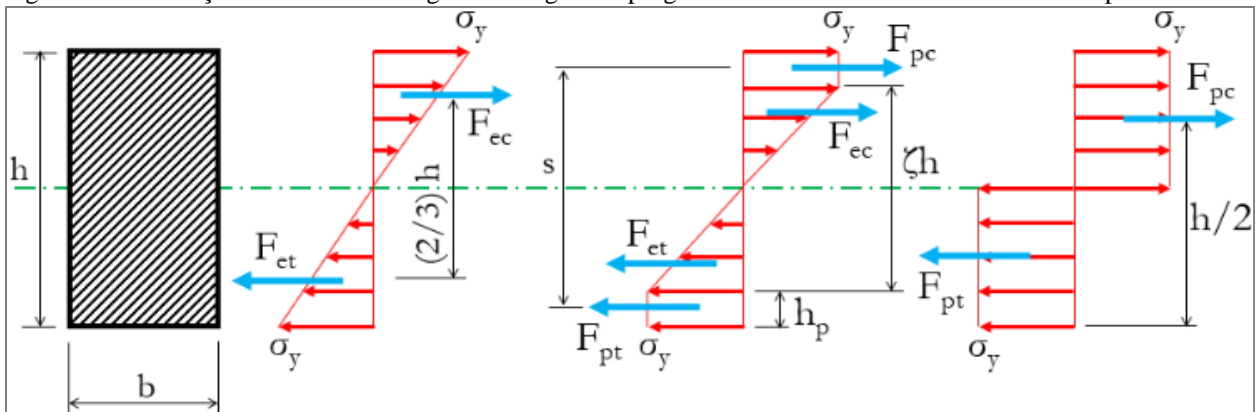
Essa idealização significa que a seção transversal suporta linearmente o momento fletor até a capacidade de momento plástico. Posteriormente, a seção transversal produz em rotação uma quantidade indeterminada.

O estado limite (em que o corpo ainda está seguro contra o colapso) é definido de acordo com a situação imediatamente anterior ao colapso, ou seja, é um estado iminente ao colapso plástico. A carga aplicada para atingir o estado limite é chamada de carga limite.

Como a maior parte dos sistemas estruturais é estaticamente indeterminada, uma falha local (colapso local) não implica necessariamente uma falha global (colapso total). Para esses tipos de estruturas, um colapso local significa apenas que uma restrição estrutural não está mais presente, porque uma dobradiça plástica (para situações de flexão) foi criada. Seguindo esse contexto, a carga necessária para causar um colapso local é menor do que a necessária para provocar o colapso global. Portanto, o colapso estrutural ocorre quando ocorre um ou mais colapsos locais, dependendo da configuração estrutural.

A quantificação da carga adicional que uma determinada seção transversal pode sustentar além do momento de escoamento (em que a fibra do material mais externo atinge a tensão de escoamento) é relevante para o projetista a fim de selecionar a geometria de seção mais adequada. Assim, deixe e seja a largura e a altura de uma seção transversal retangular, respectivamente. Lembrando as distribuições de tensões observadas anteriormente, a figura 6 indica as forças e distâncias em cada estágio de uma flexão transversal de três passos. *bh*

Figura 6: Distribuições de flexão ao longo dos estágios de progressão de tensão em corte transversal duplo-simétrico.



Fonte: Autoria própria, 2024.

A partir das distribuições de tensões, o momento fletor do escoamento é dado pela Eq. (3),

$$M_y = F_{ec} \frac{2}{3} h, \quad (3)$$



onde está a força de tração devido à parte plástica de tensão; é a força compressiva devida à parte plástica da tensão; é a força de tração devida à parte elástica da tensão; e é a força compressiva devida à parte elástica da tensão. Quando apenas as fibras mais externas plastificam, essa força é calculada pela Eq.

(4): $F_{pt} F_{pc} F_{et} F_{ec}$

$$F_{ec} = F_{et} = \frac{1}{2} \sigma_y b \frac{h}{2}. \quad (4)$$

Seja o módulo de seção elástica (exclusivamente uma propriedade geométrica da seção transversal). Assim, no caso de uma secção transversal rectangular, o momento fletor do escoamento é expresso pela Eq.

(5): Z_e

$$M_y = \sigma_y \frac{b h^2}{6} = \sigma_y Z_e. \quad (5)$$

O momento fletor elastoplástico é composto pelas partes elástica () e plástica (), dada pela Eq.

(6): $M^{ep} M_e^{ep} M_p^{ep}$

$$M^{ep} = M_e^{ep} + M_p^{ep}, \quad (6)$$

em que o componente elástico e a parte plástica são, respectivamente, indicados pela Eq. (7) e (8):

$$M_e^{ep} = \sigma_y \xi^2 \frac{b h^2}{6}, \quad (7)$$

$$M_p^{ep} = F_{pc} s, \quad (8)$$

onde braço de alavanca e são definidos, respectivamente, conforme Eq. (9) e Eq. (10): $s h_p$

$$s = \xi h + h_p, \quad (9)$$

$$h_p = \frac{h}{2} (1 - \xi). \quad (10)$$

A partir daí, s é expresso em função de ξ , como mostrado na Eq.(11):

$$s = \frac{h}{2} (1 + \xi). \quad (11)$$



Portanto, no caso de uma seção transversal duplamente simétrica, a contribuição da parte plástica da força é dada pela Eq.(12):

$$F_{pc} = F_{pt} = \sigma_y b \frac{h}{2} (1 - \xi) . \quad (12)$$

Assim, Eq.(13) dá a parte plástica do momento fletor:

$$M_p = \sigma_y \frac{b h^2}{4} (1 - \xi^2) . \quad (13)$$

Therefore, the elastoplastic bending moment results in the following relation (Eq. (14)):

$$M^{ep} = \sigma_y \frac{b h^2}{6} \frac{(3 - \xi^2)}{2} . \quad (14)$$

A partir da situação representada pela seção transversal totalmente plastificado, o momento fletor plástico e a força são expressos, respectivamente, por Eq.(15) e Eq.(16):

$$M_p = F_{pc} \frac{h}{2} , \quad (15)$$

$$F_{pc} = \sigma_y b \frac{h}{2} . \quad (16)$$

Seja Z_p o módulo de seção plástica da seção transversal. Assim, o momento plástico da seção transversal retangular é expresso por Eq.(17):

$$M_p = \sigma_y \frac{b h^2}{4} = \sigma_y Z_p . \quad (17)$$

Portanto, a razão entre o momento plástico e o momento elástico, também denominado fator de forma f_s (dependente apenas da geometria da seção transversal), é dada pela Eq.(18):

$$f_s = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_p}{Z_e} . \quad (18)$$

Além disso, no caso específico das secções transversais rectangulares, o factor de forma é indicado por Eq.(19):

$$f_s = \frac{\frac{b h^2}{4}}{\frac{b h^2}{6}} = \frac{3}{2}, \quad (19)$$

o que significa que esta secção pode suportar cinquenta por cento mais flexão do que na condição de momento de escoamento, antes que uma dobradiça de plástico ocorra. Cada tipo de secção transversal tem seu próprio fator de forma. Assim, o fator de forma é uma medida da eficiência do plástico sob flexão.

2 METODOLOGIA

Esta secção descreve a estratégia para aplicar os conceitos já descritos em um exemplo resolvido em duas etapas: (a) literal e conceitualmente; b) Numericamente, a fim de verificar o aumento da capacidade de suportar o momento fletor no contexto de um pedido. Além disso, o exemplo é resolvido por cálculo analítico.

Com este propósito, o exemplo consiste em uma viga simplesmente apoiada submetida a uma carga concentrada de médio vão. Sua secção transversal é retangular com base b , e altura h , com a carga transversal, P , aplicada em seu ponto centroidal evitando o fenômeno de torção. O comprimento do vão é definido por L . In região central, o comprimento da região elastoplástica é definido por L_p . O objetivo é obter as cargas elásticas e plásticas que podem ser aplicadas sem falha do sistema.

Tab.1 fornece os valores numéricos para os parâmetros envolvidos no exemplo.

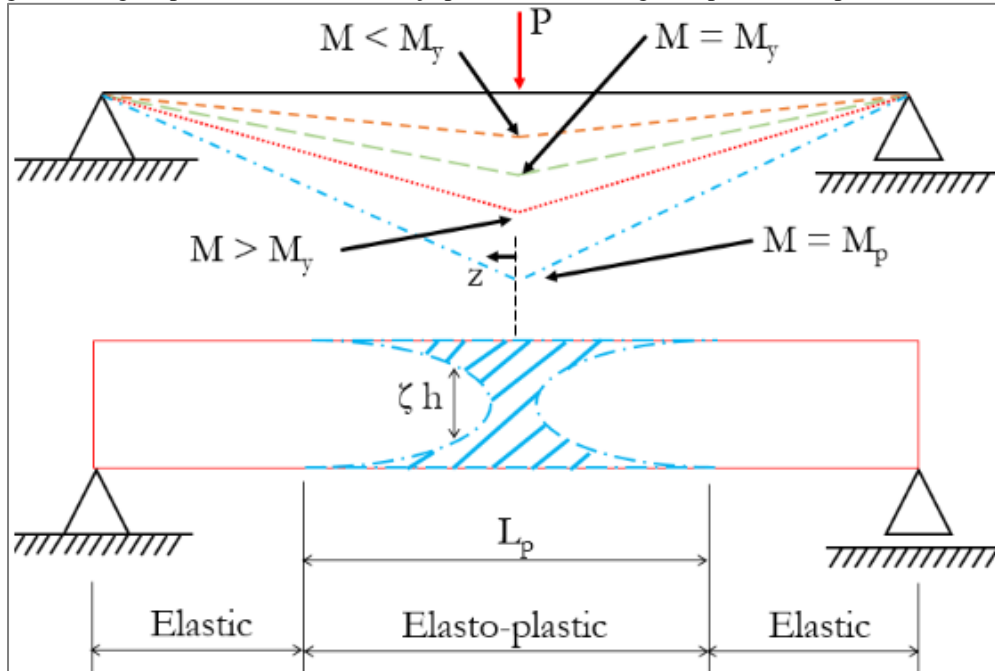
Tabela 1: Dados de entrada para o exemplo de feixe simplesmente suportado.

Dados de entrada	Variável	Valor
Base da secção transversal retangular	b	25 mm
Altura da secção transversal retangular	h	45 mm
Comprimento do feixe	L	1500 mm
Resistência ao escoamento	σ_y	550 MPa

Fonte: autoria própria (2024).

A figura 7 mostra a referida viga simplesmente apoiada.

Figura 7: Região plastificada da dobradiça plástica de uma viga simplesmente apoiada sob flexão.



Fonte: Autoria própria, 2024.

3 RESULTADOS

O primeiro passo da resolução começa com a abordagem conceitual e literal. No caso da viga simplesmente apoiada, o momento fletor no meio do vão da viga (no local da dobradiça plástica) é dado pela Eq. (20):

$$M_c = \frac{P L}{4}. \quad (20)$$

Assim, a carga na qual o rendimento ocorre primeiro é expressa pela Eq. (21):

$$P_y = 4 \frac{M_y}{L}. \quad (21)$$

A carga de colapso ocorre quando o momento fletor crítico no meio do vão atinge a capacidade de momento plástico, que é representada pela Eq. (22):

$$P_c = 4 M_p. \quad (22)$$

A relação entre colapso e carga de rendimento produz Eq. (23):

$$P_c / P_y = 4 M_p / (4 M_y / L) = M_p / M_y = f_s. \quad (23)$$



Portanto, para uma estrutura isostática, na qual seus membros estruturais têm a mesma seção transversal (forma e dimensões), a razão entre a carga de colapso e a primeira carga de escoamento é simplesmente o fator de forma da seção transversal do membro. f_s

A segunda parte da resolução refere-se à substituição dos dados de entrada numérica para obter a saída numérica. A partir deste ponto, o cálculo é realizado com base nos dados de entrada da Guia 1.

O módulo de seção elástica, Z_e no caso de uma seção transversal retangular, é obtido pela Eq. (24):

$$Z_e = \frac{bh^3}{12} = \frac{26 \times 45^3}{12} = 8437,5 \text{ mm}^3 \quad (24)$$

A partir daí, aplicando-se a Eq. (5), o valor do momento fletor do escoamento é obtido pela Eq. (25):

$$M_y = \sigma_y Z_e = 550 \times 8437,5 = 4.640.625 \text{ N mm} \quad (25)$$

O módulo de seção plástica é expresso por Eq. (26):

$$Z_p = \frac{bh^2}{4} = \frac{26 \times 45^2}{4} = 12656,25 \text{ mm}^3 \quad (24)$$

Aplicando-se a Eq. (17), obtém-se o momento fletor plástico pela Eq. (27):

$$M_p = \sigma_y Z_p = 550 \times 12656,25 = 6.960.937,5 \text{ N mm} \quad (27)$$

De acordo com a Eq. (21), a carga máxima que pode ser aplicada para atingir o limite de escoamento é calculada na Eq. (28):

$$P_y = \frac{4M_y}{L} = \frac{4 \times 4.640.625}{1500} = 12.375 \text{ N} \quad (28)$$

De acordo com a Eq. (22), a carga plástica máxima antes da falha é calculada na Eq. (29):

$$P_p = \frac{4M_p}{L} = \frac{4 \times 6.960.937,5}{1500} = 18.562,5 \text{ N} \quad (29)$$

Apenas para fins de conferência, a Eq. (18) pode ser usada para obter o cálculo do fator de forma (Eq. (30)),

$$f_s = \frac{P_p}{P_y} = \frac{18.562,5}{12.375} = 1,5 \quad (30)$$

como esperado.



4 CONCLUSÕES

Este trabalho retomou os conceitos de capacidades de momento fletor elástico e plástico de vigas Timoshenko-Ehrenfest. A formulação baseia-se simultaneamente nos conceitos da teoria da plasticidade e em uma viga transversal retangular de Timoshenko-Ehrenfest. O modelo do material foi simplificado para o elástico-perfeitamente plástico. As distribuições de tensões e as dobradiças plásticas formadas foram associadas para apresentar o mecanismo estrutural que provoca a ruptura em uma viga.

Uma viga simplesmente suportada foi modelada em termos da formulação apresentada e calculada para os dados de entrada fornecidos. O fator de forma da seção transversal retangular foi confirmado através dos cálculos do exemplo resolvido.

Com base nos conceitos e teoria apresentados neste trabalho, um sistema estrutural pode ser analisado em termos de um estado limite superior, permitindo ao projetista aumentar a capacidade de uma estrutura composta por elementos de viga.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos organizadores do evento pela oportunidade de compartilhar este trabalho. O autor agradece ao CEREARERM pelo apoio no âmbito do projeto número 01262113.



REFERÊNCIAS

- CHIAVERINI, V. Metalurgia do Pó, Técnica e Produtos, 3.ed., São Paulo: Associação Brasileira de Metais, 1992. 358 p.
- FANG, Z. Z. Sintering of Advanced Materials: Fundamentals and Processes. Cambridge: Woodhead Publishing, 2010. 500 p.
- HÖGANÄS. Handbook for Sintered Components, vol.1-3, Stocolm: Höganäs, 2013. 57 p.
- THÜMMLER, F.; OBERACKER, R. An Introduction to Powder Metallurgy, London: The institute of materials, 1993. 332 p.
- CHARNES, A.; LEMKE, C. E.; ZIENKIEWICZ, O. C. Virtual Work, Linear Programming and Plastic Limit Analysis. In: Proceedings of the Royal Society of London, pp. 110–116, London. 1959.
- DRUCKER, D. Variational Principles in the Mathematical Theory of Plasticity. Office of Naval Research: AD093412, 1956.
- HILL, R. The Mathematical Theory of Plasticity. 1 ed. London, Oxford University Press, 1950.
- HOSFORD, W. Fundamentals of Engineering Plasticity. 1 ed. Cambridge, Cambridge University Press, 2013.
- KAVEH, A., JAHANSHAHI, M. Plastic Limit Analysis of Frames Using Ant Colony Systems, Computers and Structures, v. -, n. 86, pp. 1152–1163, 2008.
- LUBLINER, J. Plasticity Theory. 1 ed. New York, McMillan Publishing Company, 1990.
- MAUGIN, G. The Thermomechanics of Plasticity and Fracture. 1 ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1992.
- NONATO, R. B. P. Reliability in Uncertain Limit Analysis of Structural Systems.. In: Anais do Congresso Internacional de Engenharia Mecânica e Industrial. Anais...Belo Horizonte(MG) CREA MG, 2021.
- PASQUALI, P. Análise Limite de Estruturas Através de uma Formulação em Elasticidade Não-Linear. MSc dissertation, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil, 2008.
- PICÓN, R., CAÑAS, J. First-Order Limit Analysis of Plane Frames, Journal of Structural Engineering, v. 113, n. 11, pp. 2231–2247, 1987.
- SOARES, B. Técnica de Elementos Finitos para Análise Limite de Pórticos Planos Associada à Automação do Processo de modelagem 3D de Estruturas Reticuladas Via CAD. MSc dissertation, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brazil, 2006.
- WONG, M. Plastic Analysis and Design of Steel Structures. 1 ed. Oxford, Elsevier, 2009.