INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

Ângulos e áreas em geometria plana com ênfase na história e aplicações cotidianas

Angles and areas in plane geometry with emphasis on history and everyday applications

DOI: 10.56238/isevmjv2n3-004
Recebimento dos originais: 01/05/2023
Aceitação para publicação: 22/05/2023

Luis Augusto Valente da Cunha
Universidade Federal do Pará, Campus de Abaetetuba

José Francisco da Silva Costa
Universidade Federal do Pará, Campus de Abaetetuba
E-mail: jfsc@ufpa.br

José Antônio Farias Nonato
Universidade Estadual do Maranhão
Secretaria Municipal de Educação no município de Moju-Pa

Marinaldo Carvalho Lobato
Universidade Estadual do Pará-UEPA
Laboratório de Preparação e Computação de Nanomateriais-LPCN, Belém, Pará

José Eduardo Pastana Silva
Universidade Federal do Pará, Campus de Abaetetuba

Raimundo das Graças Carvalho Almeida
Universidade Federal do Pará
Centro de Exatas de Naturais-ICEN, Belém, Pará

RESUMO
Esse trabalho tem como objetivo geral compreender o aspecto histórico da geometria plana, cálculo de áreas planas e aplicações. Para uma melhor abordagem do tema, desenvolve um estudo sobre as idéias primitivas entre ponto reta e plano abrindo uma lacuna para introduzir elementos essenciais para uma melhor compreensão do conteúdo. Metodologia é desenvolvida num estudo de caráter bibliográfico com base em alguns autores como Gelson Iessi, Osvaldo Dulce, Geovane, etc. que contribui para uma melhor construção sólida do conteúdo exposto. Em se tratando dos objetivos específicos traz como principais metas de mostrar que o estudo da geometria plana é muito utilizado na prática, principalmente em construções de casas onde se observa sua relevância nas inerentes figuras geométricas de polígonos regulares, perímetros e áreas que, rotineiramente, são observados e que requer o conhecimento da geometria plana para consolidar uma abordagem solida do conteúdo; Verificar que a geometria plana tem a vantagem de auxiliar o profissional em problemas verificados no cotidiano, uma vez que necessita desses conhecimentos para as realizações de certas medidas que são imprescindíveis para os cálculos corretos de áreas de polígonos, como em áreas de figuras planas.; Analisar a relevância do formalismo matemático para uma melhor compreensão da teoria e posterior aplicação pratica. Conclui-se a pesquisa considerando que a geometria plana é comumente encontrada na prática sendo essencial que se conheça como aplicar os conhecimentos matemáticos em situações cotidianas. Assim sendo, torna-

se justificável que a essência desse conteúdo é de fundamental importância prática e teórica.

Palavras-chaves: Geometria plana, Processo histórico, Áreas planas, Aplicação.

1 INTRODUÇÃO

Este artigo aborda um estudo associado a geometria plana dando ênfase nas aplicações cotidianas. È importante salientar nesta parte quando se refere ao cotidiano que muitos educadores abordam em sala de aula este tema, dando pouca importância num grande numero de aplicações que poderiam ser atrelados no processo de ensino e aprendizagem como uma forma metodológica que tem como objeto, o incentivo, a motivação e o interesse pelo referido tema. Somente a teoria não é suficiente para o professor amenizar as dificuldades que grande parte dos alunos enfrenta dentro do ambiente educacional.

È preciso que o professor viabilize um método de ensino que venha em conjunto, teoria e prática despertar no aluno o interesse pela disciplina matemática. Assim sendo, a geometria plana possui um vasto campo de situações praticas que o professor pode utilizar como recurso para mostrar para o aluno como saber aplicar no cotidiano a geometria plana.

Vale considerar, ainda, que a parte histórica da geometria plana mostra como se tornou consolidada ao longo dos tempos devido a contribuição de alguns filósofos e matemáticos que com seus trabalhos conseguiram trazer até hoje tais conhecimentos. Como justificativa é de considerar que a geometria plana está ligada ao dia-a-dia, à natureza e a todos os objetos criados pelo próprio homem, e, sobretudo, a relação entre teoria e prática do assunto estudado em sala de aula. Quanto à metodologia, consiste numa pesquisa de caráter bibliográfica, tendo como suporte a teoria da geometria plana ligada com alguns problemas cotidianos, esclarecendo no fundo que a ciência somente caminha sobre duas pegadas: Teoria e prática.

1.1 OBJETIVO GERAL

Compreender a relevância da geometria plana e sua utilidade nas aplicações cotidianas.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

Abordar que o estudo as áreas das figuras planas podem ser utilizadas em diferentes situações cotidianas;

Verificar que a teoria do triangulo, assim como o teorema de Tales são uteis para calcular valores desconhecidos de altura e comprimento de objetos com o uso das semelhantes entre triângulos ou utilizando o teorema de tales;

Mostrar que o estudo da geometria plana tem a grande vantagem nas aplicações cotidianas, sendo de essência importâncias os teoremas e propriedades para uma melhor compreensão dos problemas.

2. HISTÓRIA DA GEOMETRIA E OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

2.1 A CRIAÇÃO DA GEOMETRIA

Os historiadores atribuíram a criação da geometria aos egípcios e aos caldeus. Os caldeus eram povos de origem semita (povos babilônios, assírios e fenícios) que habitavam a Mesopotâmia, região da Ásia Ocidental, entre os rios Tigre e Eufrates, onde hoje se localiza o Iraque. A palavra geometria deriva do grego geometria, que significa medição da terra (geo= terra e metrein= medir). Geometria é o ramo da matemática relacionado com as propriedades do espaço, mais em termos de figuras do plano (bidimensional) e sólidas (tridimensional). Alguns matemáticos deram passos decisivos para que a geometria se solidasse através do tempo.

2.2 MATEMÁTICOS E FILÓSOFOS QUE CONTRIBUÍRAM PARA O DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA

2.2.1 Euclides

Viveu em Bizâncio[1] entre os anos de 485 a 410 a.C. Nesse tempo, o sábio Ptolomeu I, sucedia a Alexandre Magno no trono do Egito. Sob seus cuidados, surgiu em Alexandria uma instituição, denominada "Museu", que congregava a maioria dos sábios da época. O Museu foi erigido ao lado do palácio real, tinha dependências residenciais, salas de aula, e de conferências, e o que é mais importante, a maior biblioteca da época.

Euclides foi o primeiro diretor do Museu, e, graças a isso, pode organizar os resultados obtidos por matemáticos anteriores (Thales, Pitágoras, Eudoxo e outros). Tal organização se acha em sua imortal obra, modestamente intitulada de "Os Elementos". "Os Elementos" é um conjunto de 13 livros dedicados ao fundamento e desenvolvimento lógico e sistemático da geometria. O primeiro livro trata das questões que são fundamentais para a geometria, e o seu estilo, sua ordenação, serviram de normas diretoras para todas as outras obras posteriores da matemática.

[1] https://www.infoescola.com/biografias/euclides/

2.2.2 Thales de Mileto

Nasceu em torno de 624 a.C. em Mileto[2], Ásia Menor (agora Turquia), e morreu em torno de 547 a.C. também em Mileto. É descrito em algumas lendas como homem de negócios, mercador de sal, defensor do celibato ou estadista de visão. Mas a verdade é que pouco se sabe sobre sua vida. As obras de Thales não conseguiram sobreviver até nossos dias, mas com base em tradições pode-se reconstruir algumas idéias.

Viajando muito pelos centros antigos de conhecimento deve ter obtido informações sobre Astronomia e Matemática, aprendendo Geometria no Egito. Na Babilônia, sob o governo de Nabucodonosor, entrou em contato com as primeiras tabelas e instrumentos astronômicos e diz-se que em 585 a.C. conseguiu predizer o eclipse solar que ocorreria neste ano, assombrando seus contemporâneos.

Thales é considerado o primeiro filósofo e o primeiro dos sete sábios, discípulo dos egípcios e caldeus, e recebe o título comumente de "primeiro Matemático verdadeiro", tentando organizar o Geometria de forma dedutiva. Acredita-se que durante sua viagem à Babilônia estudou o resultado que chega até nós como "Teorema de Thales: um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto". Devemos a seus estudos o conhecimento de mais quatro teoremas fundamentais da Geometria. Foi mestre de um grupo de seguidores de suas idéias, chamado "Escola Jániá" e foi o primeiro homem da História a quem se atribuem descobertas matemáticas específicas. Como disse Aristóteles (outro matemático grego), "para Thales a questão primordial não é o que sabermos, mas como sabemos".

2.2.3 Pitágoras

Pitágoras[3] viveu há 2500 anos e não deixou suas obras escritas. O que se sabe sobre sua biografia e de suas ideias, é uma mistura de lenda e história real. A lenda começa antes mesmo de Pitágoras nascer: por volta de 580 a.C., a sacerdotisa do deus Apolo disse a um casal que vivia na ilha de Samos, no Mar Egeu: "Tereis um filho de grande beleza e extraordinária inteligência; será um dos homens mais sábios de todos os tempos". No mesmo ano o casal teve um filho, dando-lhe o nome de Pitágoras.

Lenda ou não lenda, a inteligência do jovem Pitágoras assombrava os doutores das melhores escolas de Samos: não conseguiam responder as perguntas do moço aos 16 anos. Nessas condições, só havia uma coisa a fazer: encaminharam Pitágoras à Mileto, para estudar com Thales

[2] https://brasilescola.uol.com.br/biografia/tales-de-mileto.htm
[3] https://pt-static.z-dn.net/files/d41/7664240ec825d14d1f70e42812999929.pdf

(maior sábio da época). Adulto, Pitágoras resolveu ampliar seus interesses. Começou a somar, além dos números, ideias sobre a ciência e a religião de outros povos. Acreditando que era preciso ver para crer, arrumou as malas e disse "até logo” a seus patrícios: foi à Síria, depois a Arábia, a Caldéia, a Pérsia, a Índia e, por último, ao Egito, onde passou mais de 20 anos e se fez sacerdote para melhor conhecer os mistérios da religião egípcia.

Muito tempo tinha se passado e Pitágoras já estava com mais de 50 anos. Seu desejo era voltar a Samos e abrir uma escola. Mas Samos tinha mudado e o ditador Polícrates, que governava a ilha, não queria saber nem de escolas nem de templos. Assim, Pitágoras foi para a Itália, onde fundou sua escola e pode ensinar aritmética, geometria, música e astronomia, além de aulas de religião e moral.

Mais que uma escola, Pitágoras conseguira criar uma comunidade religiosa, filosófica e política. Os alunos que formava saíam para ocupar altos cargos do governo local; cientes de sua sabedoria torciam o nariz ante as massas ignorantes e apoiavam o partido aristocrático. Resultado: as massas retrucaram pela violência e – segundo dizem alguns - incendiaram a escola, prenderam o professor e o mataram. Outros são mais otimistas: contam que Pitágoras foi só exilado para Metaponto, mais ao norte, na Lucânia, onde morreu esquecido, mas em paz, com mais de 80 anos de idade.

Com base no exposto acima considera que o conhecimento geométrico como se concebe hoje nem sempre foi assim. A geometria surgiu de forma intuitiva, e como todo o ramo do conhecimento, nasceu da necessidade e da observação humana. O seu início se deu de forma natural através da observação do homem à natureza. Para designar esse tipo de acontecimento surgiu a Geometria Subconsciente. Conhecimentos geométricos também foram necessários aos sacerdotes. Por serem os coletores de impostos da época, a eles era incumbida a demarcação das terras que eram devastadas pelas enchentes do Rio Nilo no Egito. A partilha da terra era feita diretamente proporcional aos impostos pagos. Enraizada nessa necessidade puramente humana, nasceu o cálculo de área.

Muitos acontecimentos se deram, ainda no campo da Geometria Subconsciente, até que a mente humana *fosse* capaz de absorver propriedades das formas antes vistas intuitivamente. Nasce com esse feito a Geometria Científica ou Ocidental. Essa geometria, vista nas instituições de ensino, incorpora uma série de regras e sequência lógicas responsáveis pelas suas definições e resoluções de problemas de cunho geométrico.

Pensando nesse pressuposto, o presente trabalho procura abordar um estudo associado à geometria plana criando um relevante elo entre a teoria e a prática. Para alcançar esse objetivo, desenvolve um estudo sobre as ideias primitivas entre ponto reta e plano abrindo uma lacuna para introduzir elementos essenciais para uma melhor compreensão do conteúdo. No entanto, para assegurar esse desenvolvimento teórico o trabalho relata como metodologia um estudo de caráter bibliográfico com base em alguns autores como Gelson Iessi, Osvaldo Dulce, Geovane, etc. onde constroem uma base solida do conteúdo exposto. Quanto ao objetivo especifico é de mostrar que o estudo da geometria plana é muito utilizado na pratica, principalmente em construções de casas onde se observa alguns polígonos regulares; Verificar que o a geometria plana tem a vantagem de auxiliar o profissional nas construções de casas, uma vez que necessita desses conhecimentos para as realizações de certas medidas que são imprescindíveis para os cálculos corretos de áreas de polígonos, côo triangulo, quadrado e etc.; Analisar a relevância do formalismo matemático para uma melhor compreensão da teoria e posterior aplicação pratica.

Para a justificativa, considera que a geometria plana é inerente encontrada na pratica e que é essencial que se conheça como aplicar os conhecimentos matemáticos em situações cotidianas. Assim sendo, um pedreiro, um carpinteiro ou qualquer outro profissional precisam ter uma plena abordagem dos conteúdos relacionados a esse tema visto que necessitam compreender e interpretar as formulações matemáticas implícitas em tais situações pratica. Portanto, a geometria plana tem a vantagem de auxiliar esses profissionais de modo a ter uma maior segurança nas medidas de uma porta, de uma janela ou de qualquer outra área onde se está presente o conhecimento geométrico e analítico da geometria plana. Assim sendo, torna-se justificável que a essência desse conteúdo é de fundamental importância prática e teórica.

2.3 A MATEMÁTICA E O PROCESSO DE ENSINO PARA O COTIDIANO

Para observar que a Matemática está presente no dia-a-dia, basta andar pela cidade ou mesmo no bairro e observar as formas das construções, as placas de sinalização, as ruas e a natureza. Ela não deve ser vista apenas como pré-requisito para estudos posteriores. É preciso que o ensino esteja voltado à formação do cidadão, que utiliza cada vez mais conceitos matemáticos em sua rotina (PCN – Edição Especial, p.51). Nesse sentido é necessário que o professor seja capaz de relacionar os conteúdos ministrados em sala de aula com a realidade em que vive tornando-se um agente transformador dessa realidade.

> [...] nesse cenário, planejar um curso passa a depender do cidadão que se quer formar. E como ninguém tem gavetas de conhecimento na cabeça, onde repousam isolados os conteúdos, a única saída é planejar de forma coletiva. Há que buscar nexos com as demais áreas e entre os próprios conteúdos da disciplina. (FALZETTA, 2001, p. 54–55).

Não se pode mais pensar na Matemática como uma sequência linear de informações, mas como uma teia de relações. Não se pode mais cruzar os braços e ficar satisfeito só com o que os livros didáticos oferecem, ficando limitado a um ensino pobre e sem significado, é preciso mostrar que matemática é essa que acontece atrás da porta,

> [...] dentro de quatro paredes, em sala de aula, cada professor tem liberdade para fazer o que bem entende com seus alunos. "Abrir a porta" da sala de aula significa, portanto, assumir o risco de mostrar o que realmente acontece numa sala de aula. E isso significa mostrar não apenas os sucessos e as certezas, mas, também os fracassos, as angústias e as incertezas vividas num processo de inovação (FIORENTINI & MIORIM, 2001, p. 44).

2.4 O PAPEL DO PROFESSOR NO ENSINO DE MATEMÁTICA E OS PCNs NO ESTUDO DA GEOMETRIA

Diante do exposto, a realidade mostra que esse ensino só acontece, entre quatro paredes porque alguns professores ainda não conseguem ousar em suas aulas, sendo mediadores, facilitadores, avaliadores e organizadores desse conhecimento maravilhoso e desafiador que é a Matemática. Ainda têm a idéia de que devem ser os detentores do conhecimento e transmissores do mesmo. Ainda não descobriram que:

> [...] para conseguir a atenção dos alunos, é preciso empregar palavras e muitas palavras. Esquecer a aula tradicional, aquela em que determinado ponto da matéria é apresentado no quadro-negro, explicado e, em seguida, praticado por meio de exercícios. Por ser mecânico, esse tipo de aprendizado não avalia se o estudante compreendeu ou não o conhecimento. Em vez disso, procure surpreender a classe. Mostre o conteúdo fazendo uso de muita conversa e abrindo espaço para os estudantes (PCN, Edição Especial, p. 49-50)

É nessa perspectiva de mostrar que matemática não acontece apenas dentro da sala de aula Geometria, sendo uma área da Matemática, não pode ser ensinada separadamente, precisa sair das quatro paredes da sala de aula.

> Geometria e Matemática nunca estiveram dissociadas. A não ser em livros didáticos do passado e em velhos currículos, que previam aulas separadas. Além disso, as noções de ponto, reta e plano são conceitos abstratos, sem relação direta com a vida. Encontrar material didático para tal não é difícil. Basta olhar em volta. Portas, janelas, rodas, bolas, tesouras… Tudo tem forma e volume: O mundo é geometria pura (FALZETA, 2002, p. 22-23).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, dizem que Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática (BRASIL, 1998, p. 51). Assim, refletindo a atitude de alguns profissionais que ainda tratam o ensino da Matemática, principalmente o ensino da Geometria, como algo sem relevância no cotidiano do aluno, surgiu a proposta de trabalhar a geometria na horta comunitária.

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

> O ensino de geometria, tal como se apresenta na maioria dos livros didáticos, parece ainda seguir o modelo euclidiano. Começa de premissas e definições como ponto, reta e plano, a partir das quais estrutura-se o conhecimento geométrico. A geometria apresentada e estruturada apenas como um conjunto de leis bem determinadas sempre me incomodou, pois assusta e faz com que os alunos tenham a falsa idéia de que nunca se relacionaram com absolutamente nada a respeito do que estão aprendendo (CRISTOVÃO, 2001, p. 51).

Como se sabe o estudo da Geometria não é bem explorado, quase sempre o tema é abordado no final do ano, no último bimestre. Isso ocorre talvez porque alguns professores têm dificuldade no conteúdo, ora por não dominarem, ora por privilegiarem outros conteúdos que acham ser pré-requisitos para a série posterior, sem mencionar que os alunos ficam alheios às atividades que lhes são propostas, achando que as mesmas não condizem com a realidade que vivenciam. Com isso os educadores insistem em tornar a aula de Geometria, uma mera repetição do que há no livro didático, fazendo-a cair no descaso, e deixado de lado literalmente. Ensinar Geometria requer que o professor considere-a como uma fonte inesgotável de idéias, motivadora, estimulante, instigadora do raciocínio e porque não desafiante, no que diz respeito à sua conceituação bem como trabalhar as habilidades e competências que a disciplina requer. Pois se sabe que:

> Com muita frequência a Geometria é considerada pelos professores de escola elementar simplesmente como o estudo de retângulos, segmentos de reta, ângulos, congruências e outras coisas do gênero. Mesmo nas séries intermediárias, a Geometria muitas vezes é negligenciada até o fim do ano, quando então, às pressas, introduzem-se algumas figuras e termos e fazem-se alguns exercícios. (DANA, 1994, p.141).

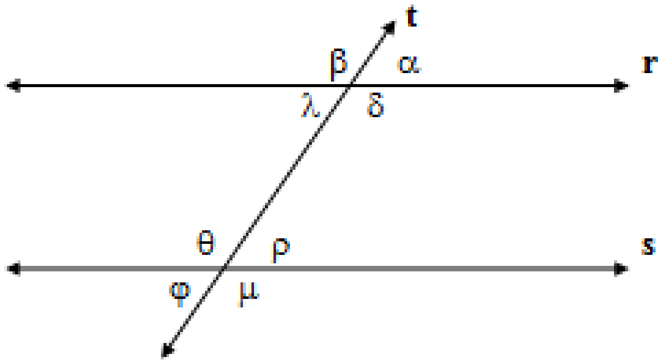
Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.51), é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno e estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Diante disso surge a motivação de explorar melhor a geometria, procurando mostrar na prática o que traz o livro didático.

3 ÂNGULOS, POLÍGONOS E ÁREAS E DE FIGURAS PLANAS

3.1 ÂNGULOS FORMADOS POR DUAS RETAS PARALELAS INTERCEPTADAS POR UMA TRANSVERSAL

Duas retas paralelas **r** e **s**, interceptadas por uma transversal, determinam oito ângulos assim denominados.

Figura 1: Retas paralelas e uma concorrente e seus oito ângulos



Fonte: https://br.pinterest.com/pin/angles--438678819926609111/

Ângulos correspondentes: α e ρ , β e θ , λ e φ , δ e; ângulos alternos internos: λ e ρ, δ; ângulos alternos externos: α e φ , β e μ; ângulos colaterais internos: λ e θ , δ e ρ E ângulos colaterais externos: α e μ , β e φ.

3.2 PROPRIEDADES

Ângulos alternos internos são congruentes; ângulos alternos externos são congruentes. ângulos correspondentes são congruentes e a soma dos ângulos colaterais (internos e externos) é igual a 180º.

$\lambda + \theta = 180^o$ $\delta + \rho = 180^o$ $\alpha + \mu = 180^o$ $\beta + \varphi = 180^o$

Exemplo 1

A soma de dois ângulos adjacentes é 120º. Calcule a medida de cada ângulo, sabendo que a medida de um deles é o triplo do outro menos 40º.

Solução

$$x + y = 120$$

Pelo enunciado, tem-se que

$$y = 3x - 40.$$

Levando na primeira relação, tem-se que:

$$x + 3x - 40 = 120 \quad \rightarrow \quad 4x = 160 \quad \rightarrow x = 40$$

Logo,

$$y = 3.40 - 40 \rightarrow y = 2.40 \rightarrow y = 80$$

Exemplo 2

Determine a medida do suplemento do ângulo 129º 40’ 35”

Solução:

$$180 - 129° - 40' - 35''$$
$$180° - 129° = 51°$$
$$51º = 50º + 60'$$
$$51º = 50º + 60'$$
$$180 - 129° - 40' = 50º + 60' - 40' = 50° + 20'$$
$$20' = 19' + 60"$$

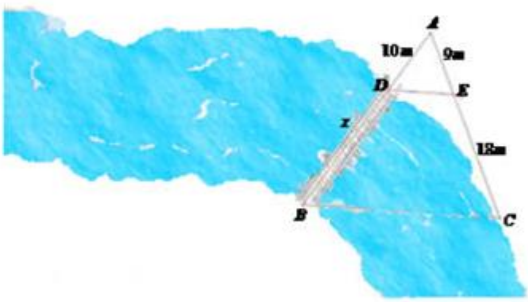
Logo:

$$180 - 129° - 40' - 35'' = 50° + 19' + 25"$$

Exemplo 3: Prático do teorema de tales

O Teorema de Tales possui diversas aplicações no cotidiano, constituindo uma importante ferramenta da Geometria no cálculo de distâncias inacessíveis e nas relações envolvendo semelhança entre triângulos. A melhor forma de visualizar as aplicabilidades do Teorema proposto por Tales de Mileto é através de alguns exemplos.

Calcule o comprimento da ponte que deverá ser construída sobre o rio, de acordo com o esquema a seguir



Fonte: http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/aplicacoes-teorema-tales.htm

De acordo com a figura temos um triângulo ABC e o segmento DE dividindo o triângulo, sendo formado o triângulo ADE. As informações que temos são as medidas dos seguintes segmentos: AD = 10m, AE = 9m, EC = 18m e DB = x. O valor de DB será determinado através do Teorema de Tales que diz: “retas paralelas cortadas por transversais formam segmentos proporcionais.” Desse modo, podemos estabelecer a seguinte relação:

Solução:

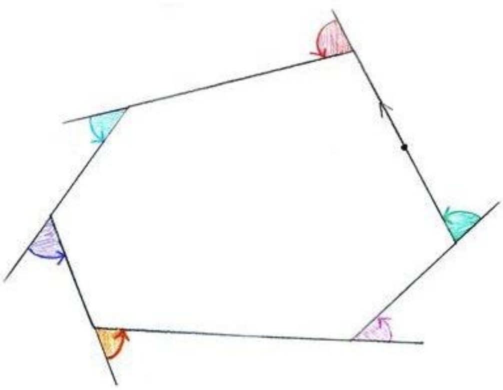
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \rightarrow \quad \frac{10}{X} = \frac{9}{18} \quad \rightarrow \quad 9x = 180 \quad \rightarrow \quad x = 20m$$

3.3 POLÍGONOS E SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS

Quando uma figura é formada por segmentos consecutivos, não colineares, dois a dois, diz-se que estas figuras são polígonos. A, B, C e D são os vértices do polígono. AB, BC, CD e DA são os lados do polígono. Todo polígono que possui os lados e ângulos congruentes é denominado polígono regula

Considere o polígono de N lados como mostra a figura 2:

Figura 2: Polígonos e a soma de seus ângulos externo e interno



Fonte: https://gaspacho.matmor.unam.mx/clubmate/secundaria3/191-redondeando-el-hexagono

$S_i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_n \quad \Rightarrow \quad S_i = (n - 2).180^o \quad n \geq 3$

$S_e = e_1 + e_2 + e_3 + \ldots + e_n \quad \Rightarrow \quad S_e = 360^o$

S_i é a soma dos ângulos internos e S_e é a soma dos ângulos externos

Os ângulos internos e externos de um polígono regular são congruentes.

$$a_i = (n-2).\frac{180}{n}$$

Para ângulos internos do polígono e

$$a_e = \frac{360}{n}$$

Para ângulos externos

Onde

$$a_i + a_e = 180$$

a_i é o ângulo interno do polígono. a_e é o ângulo externo do polígono. A soma do ângulo interno com o externo de um mesmo vértice mede 180º.

Exemplo 1

Achar dois polígonos regulares cuja razão entre os ângulos internos é 3/5 e a razão entre o número de lados é 1/3.

Solução:

$$a_1 = \frac{(n_1-2).180}{n_1} \rightarrow \quad a_2 = \frac{(n_2-2).180}{n_2} \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{(n_1-2).180}{n_1}.\frac{n_2}{(n_2-2)180}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{(n_1-2).n_2}{(n_2-2).n_1} \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{5} \quad \rightarrow \quad \frac{3}{5} = \frac{(n_1-2).h_2}{(n_2-2).n_1} \rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad n_2 = 3n_1$$

$$\frac{3}{5} = \frac{(n_1-2).3n_1}{(3n_1-2).n_1} \rightarrow \frac{3}{5}(3n_1-2) = 3.(n_1-2) \rightarrow 3n_1 - 2 = 5(n_1-2) \rightarrow$$

$$3n_1 - 2 = 5n_1 - 10 \rightarrow 3n_1 - 5n_1 = 2 - 10 \rightarrow -2n_1 = -8$$

$$n_1 = 4$$

$$n_2 = 3.n_1 \rightarrow n_2 = 3.4 \rightarrow n_2 = 12$$

3.4 CÁLCULO DE ÁREAS E DE FIGURAS PLANAS

3.4.1 Cálculo da Área do Triângulo

Denomina-se de triângulo a um polígono de três lados. Observe a figura ao lado. A letra **h** representa a medida da altura do triângulo, assim como letra **b** representa a medida da sua base. A área do triângulo será metade do produto do valor da medida da base, pelo valor da medida da altura, tal como na fórmula abaixo:

$$S = \frac{b.h}{2}$$

Em termos do semi-perímetro, pode-se usar a expressão:

$$S = \sqrt{p(p-a).(p-b).(p-c)}$$

A letra **S** representa a área ou superfície do triângulo. No caso do triângulo equilátero, que possui os três ângulos internos iguais, assim como os seus três lados, podem utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \frac{l^2}{4}\sqrt{3}$$

Para calcular a altura deste triângulo, usa-se o teorema de Pitágoras: Isto é:

$$L^2 = (\frac{L}{2})^2 + h^2 \rightarrow L^2 - (\frac{L}{2})^2 = +h^2 \rightarrow h^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} \rightarrow h^2 = \frac{4L^2 - L^2}{4} = \frac{3L^2}{4} \rightarrow h = \frac{L\sqrt{3}}{2}$$

Como a área do triangulo é dado por

$$S = \frac{b.h}{2} \rightarrow S = \frac{L..}{2}\frac{L\sqrt{3}}{2} \rightarrow S = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

3.4.2 Cálculo da Área do Paralelogramo

Um quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos é denominado paralelogramo. Com h representando a medida da sua altura e com b representando a medida da sua base, a área do paralelogramo pode ser obtida multiplicando-se b por h, tal como na fórmula abaixo:

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

$$S = b\,.\,h$$

3.4.3 Cálculo da Área do Losango

O losango é um tipo particular de paralelogramo. Neste caso além dos lados opostos serem paralelos, todos os quatro lados são iguais. Se dispuser do valor das medidas h e b, você poderá utilizar a fórmula do paralelogramo para obter a área do losango. Outra característica do losango é que as suas diagonais são perpendiculares.

Observe na figura à direita, que a partir das diagonais podemos dividir o losango em quatro triângulos iguais. Considere a base b como a metade da diagonal d_1 e a altura h como a metade da diagonal d_2, para calcularmos a área de um destes quatro triângulos. Bastará então que a multipliquemos por 4, para obtermos a área do losango.

$$S = \frac{\frac{d_1}{2}.\frac{d_2}{2}}{2}.4$$

Realizando as devidas simplificações chegaremos à fórmula:

$$S = \frac{d_1.d_2}{2}$$

3.4.4 Cálculo da Área do Quadrado

Todo quadrado é também um losango, mas nem todo losango vem a ser um quadrado, do mesmo modo que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado. O quadrado é um losango, que além de possuir quatro lados iguais, com diagonais perpendiculares, ainda possui todos os seus ângulos internos iguais a 90°. Observe ainda que além de perpendiculares, as diagonais também são iguais. Por ser o quadrado um losango e por ser o losango um paralelogramo, podemos utilizar para o cálculo da área do quadrado, as mesmas fórmulas utilizadas para o cálculo da área tanto do losango, quanto do paralelogramo.

Quando se dispõe da medida do lado do quadrado, pode-se utilizar a fórmula do paralelogramo:

$$S = b\,.\,h$$

Como h e b possuem a mesma medida, podemos substituí-las por **l**, ficando a fórmula então como sendo:

Exemplo cotidiano:

Uma professora deu aos seus alunos uma folha de papel retangular com 1m de largura e 80 cm de altura, para que seja recortada em quadrados iguais, de sorte que não haja sobra de papel e que os quadrados tenham o maior tamanho possível. Qual será a área de cada uma destes quadrados?

Solução:

Como a professora deseja que sejam formados vários quadrados iguais a partir da folha de 100cm x 80cm, percebe-se que a medida dos lados destes quadrados deve ser divisora tanto de 100, quanto de 80, para que não haja sobras e como se quer que cada um destes quadrados tenha a maior área possível, então a medida dos lados destes quadrados deve ser o maior divisor comum a 100 e 80, ou seja, precisa-se calcular o MDC(100, 80) para se encontrar a medida dos lados de cada quadrado.

No estudo de Máximo Divisor Comum - MDC explicam-se em detalhes o cálculo do MDC. Calculando o MDC (100,80), tem-se como resposta o valor 20. Que representa o valor dos lados dos quadrados que devem ser recortados pelos alunos. Calculando a área dos mesmos, vem que: o cálculo da área ou superfície de um quadrado é realizado através da fórmula:

$$S = b\ .\ h$$

Onde:

$$L = h = b = 2m \rightarrow \quad S = 20.20 = 400$$

Portanto, a área de cada uma destes quadrados será de 400cm2.

3.4.5 Cálculo da Área do Retângulo

Por definição o retângulo é um quadrilátero equiângulo (todo os seus ângulos internos são iguais), cujos lados opostos são iguais. Se todos os seus quatro lados forem iguais, teremos um tipo especial de retângulo, chamado de quadrado. Por ser o retângulo um paralelogramo, o cálculo da sua área é realizado da mesma forma. Se denominarem as medidas dos lados de um retângulo como na figura ao lado, teremos a seguinte fórmula:

$$S = b\,.\,h$$

3.4.6 Cálculo da Área do Círculo

A divisão do perímetro de uma circunferência, pelo seu diâmetro resultará sempre no mesmo valor, qualquer que seja circunferência. Este valor irracional constante é representado pela letra grega minúscula pi, grafada como: Por ser um número irracional, o número pi possui infinitas casas decimais. Para cálculos corriqueiros, podemos utilizar o valor 3,14159265. Para cálculos com menos precisão, podemos utilizar 3,1416, ou até mesmo 3,14. O perímetro de uma circunferência é obtido através da fórmula:

$$P = 2\pi r$$

O cálculo da área do círculo é realizado segundo a fórmula abaixo:

$$S = \pi\,.\,r^2$$

Onde **r** representa o raio do círculo.

3.4.7 Cálculo da Área de Setores Circulares

O cálculo da área de um setor circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e depois se montando uma regra de três, onde a área total do círculo estará para 360°, assim como a área do setor estará para o número de graus do setor. Sendo **S** a área total do círculo, $\mathbf{S_\alpha}$ a área do setor circular e $\boldsymbol{\alpha}$ o seu número de graus, temos:

$$\frac{S}{360} = \frac{S_a}{\alpha}$$

Em radianos, tem-se

$$\frac{S}{2\pi} = \frac{S_a}{\alpha}$$

A partir destas sentenças podemos chegar a esta fórmula em graus:

$$S = \frac{\pi \,.\, r^2 \,.\, \alpha}{360}$$

E a esta outra em radianos:

$$S = \frac{r^2 \,.\, \alpha}{2}$$

Onde **r** representa o raio do círculo referente ao setor e **α** é o ângulo também referente ao setor.

Exemplo cotidiano

Uma mesa retangular mede 1,2 m x 0,8 m. Se numa das quinas desta mesa fixar um barbante com um prego, qual deve ser o tamanho aproximado do barbante de sorte que se consiga percorrer um setor circular com um terço da área da mesa?

A área da mesa é igual a:

$$S = b \,.\, h$$

Como

$$b = 1{,}2cm$$

E

$$h = 0{,}8cm$$

Como se tem uma mesa retangular, os ângulos formados nas suas quinas são de 90°. Com estes dados se podem calcular o comprimento que teve ter o barbante para cobrir 1/3 da área da mesa, se o utilizar como um compasso para se traçar um setor circular na mesma:

$$S = b \,.\, h \quad \rightarrow S = 1{,}2.0{,}8 = 0{,}96cm^2$$

Logo:

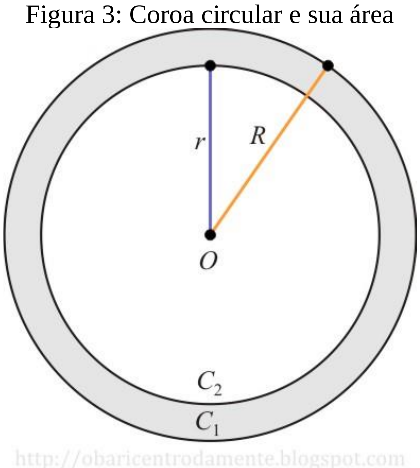
$$S = \frac{\pi \,.\, r^2 \,.\, \alpha}{360} \qquad S = \frac{\pi \,.\, r^2 \,.\, 90}{360} = \frac{\pi \,.\, r^2}{4} \rightarrow S = \frac{\pi \,.\, r^2}{4} \rightarrow r = \sqrt{\frac{4s}{\pi}}$$

Colocando os valores dados, tem-se que o comprimento do barbante deve ser de aproximadamente 0,6383 m.

3.4.8 Cálculo da Área de Coroas Circulare

Coroa circular é a região compreendida entre dois círculos concêntricos. Esta área é formada por dois círculos de raios R e r, sendo R > r. A área da coroa circular é muito utilizada em engenharia mecânica, na produção de peças e acessórios para máquinas.

Figura 3: Coroa circular e sua área



http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2011/05/area-da-coroa-circular-annulus.html

O cálculo da área de uma coroa circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e subtraindo-se desta, a área do círculo inscrito. Podemos também utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

Onde **R** representa o raio do círculo e **r** representa o raio do círculo inscrito.

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

3.5 APLICAÇÃO

1-Determinar o polígono cujo número de diagonais é o quádruplo do número de lados.

Solução

$$d = 4.n \rightarrow d = \frac{n\,/n-3}{2} \rightarrow 4.n = \frac{n(n-3)}{2} \rightarrow$$
$$4.2 = n-3 \rightarrow 8+3 = n \rightarrow n = 11$$

2-Qual é o polígono, cuja soma dos ângulos internos vale 1800º?

Solução

$$Si = (n-2).180° \rightarrow Si = 1.800° \rightarrow 1800° = (n-2).180°$$
$$n-2 = \frac{1800°}{180°} \rightarrow n-2 = 10 \rightarrow n = 10+2 \rightarrow n = 12$$

3-Qual o polígono que tem o número de lados iguais ao número de diagonais?

Solução:

$$n =? \rightarrow d = n \rightarrow d = \frac{n.(n-3)}{2} \rightarrow n = \frac{n.(n-3)}{2}$$
$$2n = n(n-3) \rightarrow n-3 = 2 \rightarrow n = 3+2 \rightarrow n = 5$$

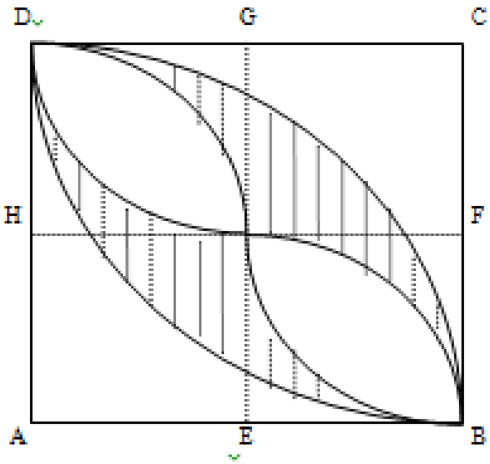
4-A razão entre o ângulo interno e o ângulo externo de um polígono regular é 9. Determinar o número de lados do polígono?

$$\frac{a_i}{a_e} = 9 \rightarrow a_i = \frac{(n-2).180°}{n} \quad \text{e} \quad a_e = \frac{360°}{n} \rightarrow$$
$$\frac{\frac{(n-2).180}{n}}{\frac{360°}{n}} = 9 \rightarrow \frac{(n-2).180°}{360°} = 9$$
$$\rightarrow \frac{(n-2).180°}{2.180°} = 9 \rightarrow n-2 = 9.2$$
$$n-2 = 18 \rightarrow n = 20$$

5-Determine o polígono regular cuja medida do ângulo interno é igual a 4/3 da medida de um ângulo reto.

$$a_i = \frac{4}{3}.90° \rightarrow a_i = 120° \rightarrow \frac{(n-2).180°}{n} = 120°$$
$$\frac{n-2}{n} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \rightarrow 3n - 6 = 2n \rightarrow 3n - 2n = 6$$
$$n = 6$$

6- Na figura abaixo ABCD é um quadrado de lado igual a 10 cm e os arcos indicados tem centros, respectivamente, nos pontos A e C, com raios iguais a 10 cm e em EFG e H, com raios iguais a 5 cm. Determine a medida da área da região hachurada é igual a:

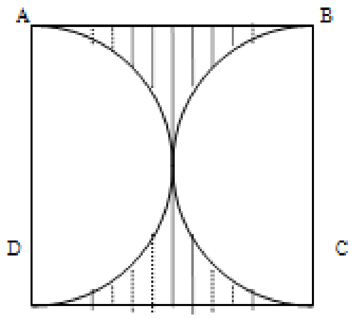


Para a área grande do círculo tem-se que:

$$A_t = \frac{l}{2} = \frac{10^2}{2} \rightarrow A_t = 50 \text{ cm}^2$$
$$A_c = \frac{\pi}{4}R^2 \rightarrow A_c = \frac{\pi}{4}.10^2 = \frac{100}{4}\pi$$
$$A_c = 25\pi \text{ cm}^2$$
$$2.(A_c - A_t) \rightarrow 2.(25\pi - 50) \rightarrow 50(\pi - 2)$$
$$A_t = \frac{l^2}{2} = \frac{25}{2} \text{ cm}^2 \rightarrow A_c = \frac{\pi}{4}R^2 = \frac{\pi}{4}.25$$
$$4.\left(\frac{\pi}{4}.25 - \frac{25}{2}\right) \rightarrow 25\pi - 50$$
$$\rightarrow 50(\pi - 2) - 25\pi + 50 \rightarrow 50\pi - 100 - 25\pi + 50$$
$$25\pi - 50 \rightarrow 25(\pi - 2)$$

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

7-Um quadrado ABCD tem lados de 20 cm. Com centro nos pontos médios dos lados AD e BC, traçamos os arcos AD e BC. Qual é a área da região hachurada?



$$l = 20 \text{ cm} \quad R = 10 \text{ cm}$$

$$A_q = l^2 \rightarrow A_q = 20^2 \rightarrow A_q = 400 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{\pi}{2}.10^2 = \frac{100}{2}\pi \rightarrow A_c = 50\pi$$

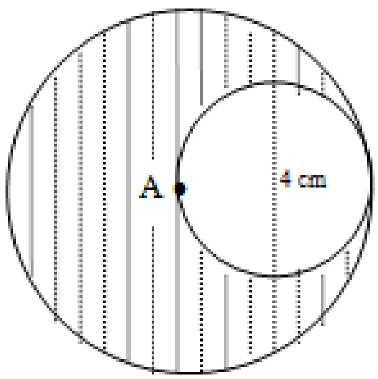
$$\rightarrow A_{TC} = 2.50\pi \rightarrow A_{TC} = 100\pi$$

$$A = A_q - A_{TC} \rightarrow A = 400 - 100\pi$$

$$A = 100(4 - \pi)$$

8- Calcule a área das regiões hachuradas nas figuras abaixo:

a) A é centro do círculo maior.



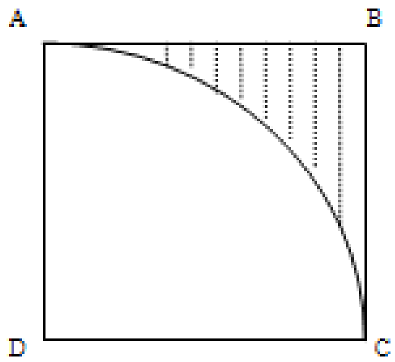
$$r = 2 \text{ cm} \quad R = 2.r \rightarrow R = 2.2 \rightarrow R = 4 \text{ cm}$$

$$A = A_R - A_r \rightarrow A = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$A = \pi.4^2 - \pi.2^2 \rightarrow A = 16\pi - 4\pi$$

$$A = 12\pi \text{ cm}^2$$

b) O quadrado ABCD tem lados 4 cm. Com centro em D, traçamos o arco AC.



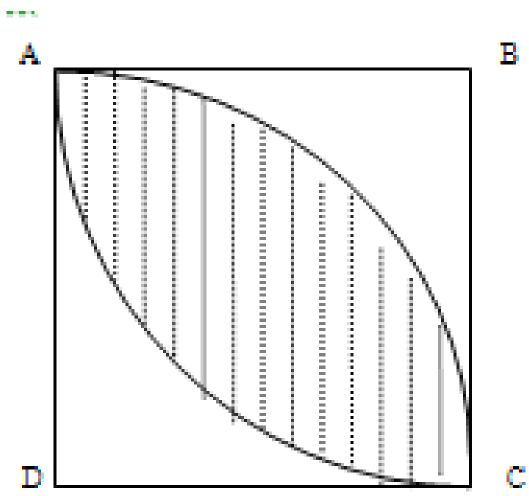
$$l = 4 \text{ cm} \rightarrow A_q = A_2 + A_1 \rightarrow l = \frac{1}{4}A_c + A_1$$

$$4^2 = \frac{1}{4}.\pi R^2 + A_1 \rightarrow 16 = \frac{1}{4}.\pi.l^2 + A_1$$

$$16 = \frac{16}{4}\pi + A_1 \rightarrow A_1 = 16 - 4\pi$$

$$A_1 = 4(4 - \pi)$$

b) O quadrado ABCD tem lados de 8 cm,



$$l = 4 \text{ cm}$$

$$R = 4 \text{ cm}$$

$$A_t = \frac{b.h}{2} = \frac{A_q}{2} \rightarrow A_t = \frac{l^2}{2} = \frac{4^2}{2} = \frac{16}{2}$$

$$A_t = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{1}{4}\pi R^2 = \frac{1}{4}\pi l^2 \rightarrow A_c = \frac{1}{4}\pi.4^2 = \frac{16}{4}\pi \rightarrow$$

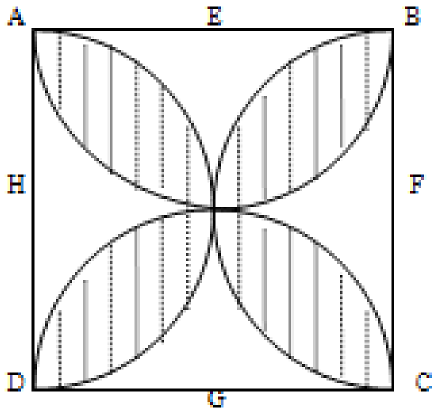
$$A_c = 4\pi$$

$$\rightarrow A = A_c - A_t \rightarrow A = 4\pi - 8 \rightarrow A = 4(\pi - 2)$$

$$\rightarrow A_t = 2.A \rightarrow A_t = 2.4(\pi - 2)$$

$$A_t = 8(\pi - 2)$$

c) O quadrado ABCD tem lados de 8cm. Com centros em B e D traçamos os centros em EFGH, traçamos os arcos AB, BC, CD arcos AC. E AD.



$$A_q = \frac{l^2}{4}, \text{ como } l = 8 \text{ cm } \rightarrow Ag = \frac{64}{4} \rightarrow$$

$$A_q = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi}{4}.\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}.4^2 = \frac{16\pi}{4} \rightarrow$$

$$A_c = 4\pi$$

$$2A_1 + A_3 = A_q \rightarrow 2(A_q - A_c) + A_3 = A_q$$

$$2(16 - 4\pi) + A_3 = 16 \rightarrow 32 - 8\pi + A_3 = 16$$

$$A_3 = 8\pi - 32 + 16 \rightarrow A_3 = 8\pi - 16$$

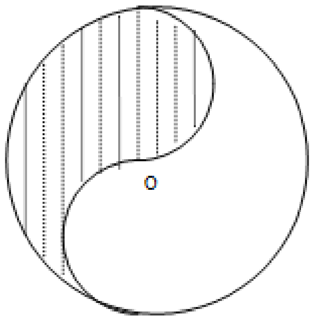
$$A_3 = 8(\pi - 2)$$

Como são quatro áreas A_3, temos que:

$$A_t = 4.A_3 \rightarrow A_t = 4.8(\pi - 2)$$

$$A_t = 32(\pi - 2)$$

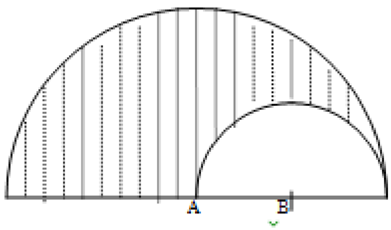
d) A circunferência maior tem raio R. As duas menores se tangenciam em O.



Preenchendo a parte superior na parte inferior, obtém-se uma área de um semicírculo maior. Logo:

$$A_c = \frac{\pi r^2}{2}$$

e) Na figura temos duas semicircunferências uma tem centro A e diâmetro 8 cm, e outra tem centro B.



$$A_1 = \frac{1}{2}\pi . R^2$$

$$\text{Como } R = 2r \rightarrow D = 2R \rightarrow 8 = 2R \rightarrow$$

$$R = 4 \text{ cm}$$

$$R = 2r \rightarrow r = \frac{R}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow r = 2\text{cm}$$

$$A_1 = \frac{1}{2}\pi . R^2 = \frac{1}{2}\pi . 4^2 = \frac{16}{2}\pi$$

$$A_1 = 8\pi$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi . 2^2 = \frac{4}{2}\pi \rightarrow$$

$$A_2 = 2\pi$$

$$A = A_1 - A_2 \rightarrow A = 8\pi - 2\pi$$
$$A = 6\pi$$

9-Quanto mede o ângulo que é igual ao dobro da medida do seu complemento?

Seja x o ângulo e $90 - x$ o complemento.

Logo de acordo com o enunciado, tem-se que:

$$x = 2.(90 - x) \rightarrow x = 180 - 2x \rightarrow 3x = 180 \rightarrow x = 60$$

10-Encontre a medida do ângulo que é igual a 1/5 da medida do seu suplemento.

Do enunciado, tem-se que:

$$x = \frac{1}{5}(180 - x) \rightarrow 5x = 180 - x \rightarrow 6x = 180 \rightarrow x = 30°$$

Qual é o ângulo que excede o seu complemento em 76º?

$$x = 90 - x + 76 \rightarrow 2x = 166 \rightarrow x = 83°$$

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando o que foi abordado ao longo do texto, verifica-se que a geometria plana ocupa no campo da matemática um lugar privilegiado, tendo em vista a teoria abordada atrelada com a prática podem contribuir uma melhor compreensão em sala de aula. De acordo como foi observado, o PCN alerta sobre a questão das práticas dos conteúdos ministrados pelos profissionais da educação. Esse ponto que se refere a contextualização, tem sido muito discutido e o professor como o principal ente no processo de ensino e aprendizagem deve ficar atento a este fato, não permitindo que seu trabalho em sala, seja motivo de desinteresse e desmotivação para os alunos. Como profissional, deve utilizar de recursos que sejam capazes de favorecer ao aluno uma melhor forma de abordagem da disciplina matemática, construindo em sala de aula problemas que estejam dentro da realidade deles.

Muitas vezes o fracasso escolar não se deve somente ao aluno, pois o professor deve repensar, constantemente, sobre o seu trabalho em sala de aula. Inovar suas metodologias e discuti-las para que os alunos aprendam da melhor forma possível o que está sendo abordado. Portanto, ensinar não é uma tarefa fácil quando o professor não busca estratégias metodológicas que tenham como objetivo crucial ao melhor método de ensino e aprendizagem. Assim sendo, não basta ser apenas um professor e sim um educador em constante evolução, variando e inovando as metodologias de ensino de modo que seja possível construir uma base consolidada de conteúdos que não sejam somente abordados em sala do ponto de vista analítico e obscuro, estando longe dos problemas cotidianos dos alunos.

REFERÊNCIAS

Dolce, Osvaldo. Pompeo, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar 9: Geometria Plana**. São Paulo, 2005.

Iezzi, Gelson. Matemática: ciência e aplicações, 2: ensino médio. São Paulo: Saraiva, 2010
BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental.

Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Pelos Caminhos de uma nova experiência no ensino de Geometria. In: FIORENTINE, Dario; MIORIM, Maria Ângela: **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas, SP: Editora Graf. FE/ Unicamp – Cempem, 2001. p. 45-82.

DANA, Márcia E. Geometria – um enriquecimento para a escola elementar. In: LINDQUIST, Mary Montgomery, SHULTE, Alberto P. (org): **Aprendendo e Ensinando Geometria**. trad. de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 141-155.

FALZETA, Ricardo. Medições, cálculos e legumes. **Revista Nova Escola**, nº 144, agosto. Abril. São Paulo, 2001. p. 33

________. A matemática pulsa no dia-a-dia. **Revista Nova Escola**, nº 150, março. Abril. São Paulo, 2002. p. 18-24.

FIORENTINE, Dario; MIORIM, Maria Ângela: **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas, SP: Editora Graf. FE/ Unicamp – Cempem, 2001. p. 83-120.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A conquista da Matemática**: a mais nova. São Paulo: FTD, 2002.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké**, Campinas, SP. v. 4, nº 6, p. 65-74, jul/dez. 1996.

PCNs Fáceis de Entender. **Nova Escola**. Abril. Edição Especial. São Paulo, SP.